

קונבולוציה ומשוואות לינאריות בדו-מימד

תרגיל כיתה 3 – 22.04.2021

מעין ברילר – mayanbriller@campus.technion.ac.il

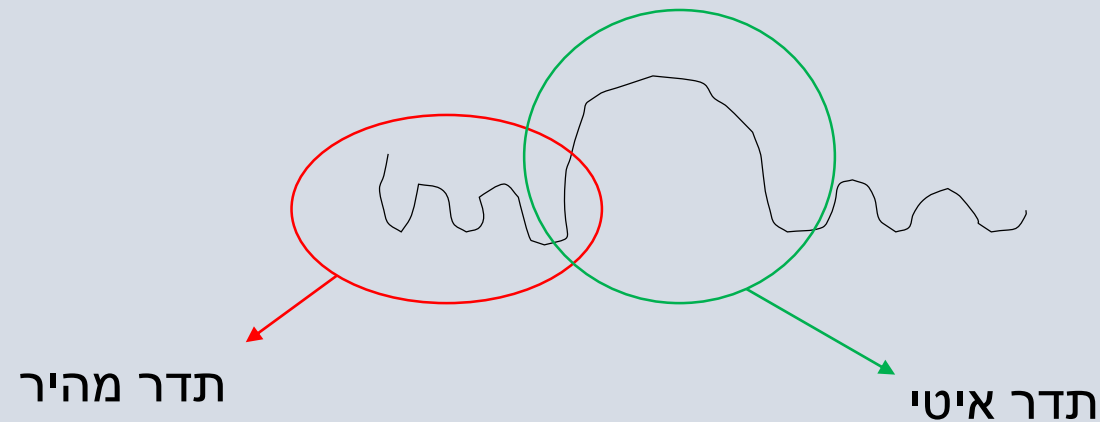
τ -ו- q של המערכת קובעים את התגובה שלה לקלטים

תזכורת:

q (או τ) הוא תכונה של המערכת – כלומר, כל קלט שאנחנו מקבלים – פשוט או מורכב – יעובד על ידי המערכת ומגבלותיה. ככל ש- τ יותר גדול (או q יותר קטן) כך למערכת לוקח יותר זמן להגיע ל-63% מהדרך.

< קלט שמתנהג יותר מהר מהמערכת "יבלע" על ידה ויחלק

< קלט יותר איטי מהמערכת יקלט בשלמותו



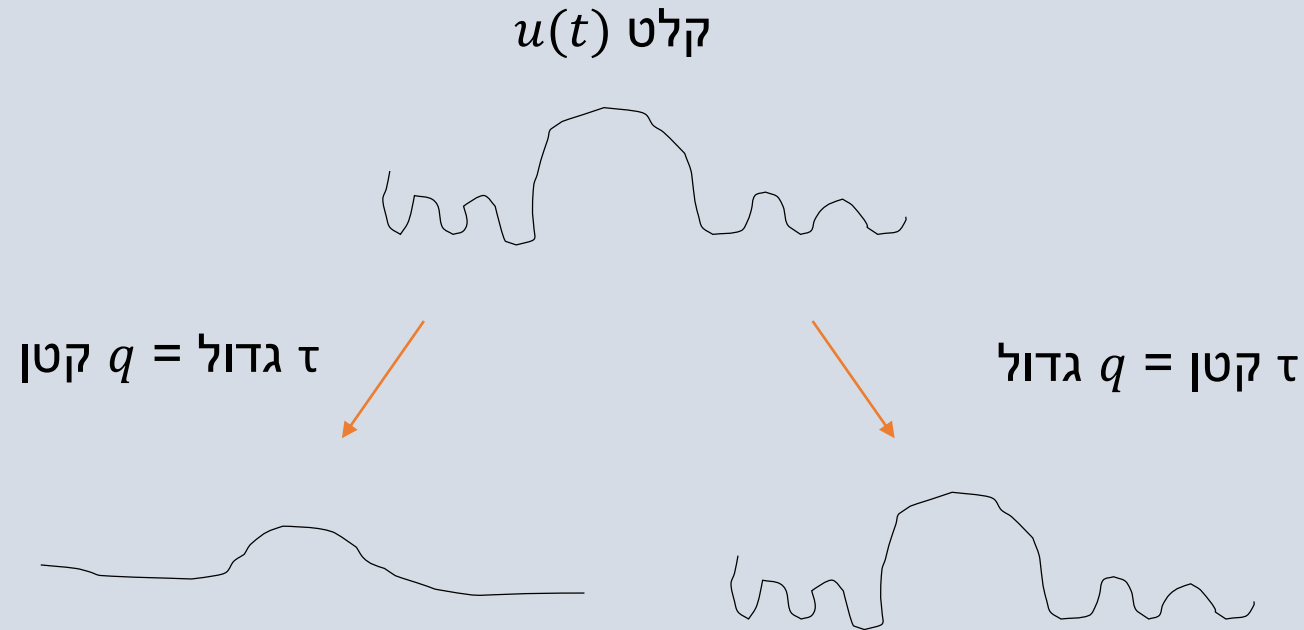
קלט $u(t)$:

שימו לב ❤️ היחידות של τ (זמן אופייני) – הן יחידות של זמן ולכן היחידות של $q = \frac{1}{\tau}$ הן 1 חלקי הזמן שזה גם תדר. לכן, ערכי q שונים

הם בעצם תדרים שונים של המערכת.

τ - q של המערכת קובעים את התגובה שלה לקלטים

עד עכשיו, היה קלט יחיד וריבועי. אך מה עושים עם קלטים מורכבים?



עיבוד הקלט הזה תלוי ב- τ – אם τ גדול, למערכת יקח יותר זמן לעבד את השינויים ואנחנו נראה רק את התדרים האיטיים ("החלקה")
אם τ קטן, למערכת יקח פחות זמן לעבד את השינויים ואנחנו נראה גם את השינויים המהירים

קונבולוציה עוזרת לנו להתמודד עם קלטים מורכבים


ניתן לפתור בעיות עם קלט מורכב גם עם פתרון יותר אנליטי:

נניח וניתנה לנו מערכת עם קלט מורכב תלוי בזמן

$$\frac{dx}{dt} = -qx + u(t)$$

אזי הפתרון של המערכת ניתן על ידי:

$$x(t) = x(0) \cdot e^{-qt} + \int_0^t u(s)e^{-q(t-s)} ds$$

שימו  אם תנאי ההתחלה שלנו הוא אפס, האיבר הראשון מתבטל ונשארים עם:

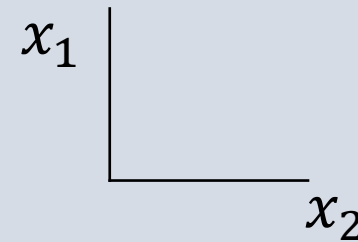
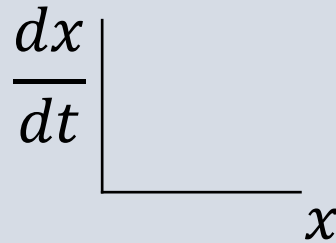
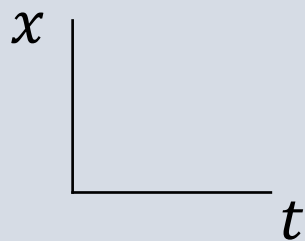
$$x(t) = \int_0^t u(s)e^{-q(t-s)} ds$$

מבוא למערכות דו-מימדיות

כאשר יש לנו מערכת דו-מימדית בה יש שני משתנים:

- לכל אחד יש את נקודת השבת שלו
- כל אחד מתנהג אחרת

אבל איך הם מתנהגים יחד באותה המערכת?
איך הם מתנהגים אחד כתלות בשני?



מרחב הפאזה

מבוא למערכות דו-מימדיות

כאשר יש לנו מערכת דו-מימדית יש לנו מערכת משוואות:

$$\dot{x} = \begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1 + bx_2 + B_1 \\ \dot{x}_2 = cx_1 + dx_2 + B_2 \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = Ax + B$$

כל מערכת משוואות ניתן לייצג באמצעות מטריצה

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$$