

אותות ומערכות ב' - מועד א תשע"ט 9.7.19

גרסה מספר: 602366589

שם הסטודנט _____

ת.ז. _____

סטודנט/ית יקר/ה,

המבחן כולל: 13 שאלות אמריקאיות ו- 4 שאלות פתוחות
ניקוד: 4 נקודות לכל שאלה אמריקאית, 16 נקודות לכל שאלה פתוחה בדינמיות, 8 נקודות
לכל שאלה פתוחה ברב-מימד.

חומר עזר: מחשבון

**יש לענות על השאלות הפתוחות על גבי טופס המבחן בלבד. את מחברות הטיוטה לא
מגישים, ואין להן כל תוקף לבדיקת המבחן או לערעור.**

אנא קרא/י בתשומת לב את ההוראות:

- הדבק/י את מדבקת הברקוד במקום המיועד לכך. (במידה ואין בידך מדבקה אנא רשום את מספר ת.ז. במקום המיועד)
- יש למלא את טופס התשובות בעט כדורי בלבד על ידי סימון ברור!
- יש לסמן תשובה אחת בלבד, סימון שתי תשובות כנכונות תחשב כשגיאה גם אם אחת מהן נכונה.
- בכל מקרה של אי התאמה בין טופס הקידוד לסימון בשאלון הבחינה - טופס הקידוד הוא הקובע.

משך הבחינה: 3 שעות

ב ה צ ל ח ה !!!

אני (שם ומשפחה) _____ ת.ז. _____ נבחן/ת בבחינה זו, מצהיר/ה כי לא
אעתיק ולא אשתמש באמצעים המנוגדים לטוהר הבחינות בטכניון.

חתימה _____

דינמיות סגורות – 4 נק' לשאלה

1.

וירוסים (V) מדביקים תאי דם (T) בקצב k . הגוף מייצר תאי דם בקצב λ . קצב התמותה של התאים הלא מודבקים הוא d . תאי הדם המודבקים (I) מקבלים את החומר הגנטי של הוירוס והופכים למפעלים עצמאיים לייצור וירוסים חדשים בקצב p והם מתים בקצב δ . וירוסים נשטפים מהגוף בקצב c .

מהן המשוואות המתארות את הדינמיקה של מספר תאי הדם (T), תאי הדם הדבוקים (I) והוירוסים (V)?

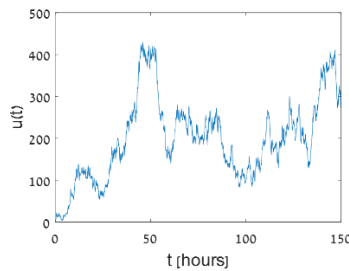
ה	ו	ג	ב	א
$\frac{dT}{dt} = \lambda - dI - KVI$	$\frac{dT}{dt} = \lambda - d + KVT$	$\frac{dT}{dt} = \lambda - dT - KT$	$\frac{dT}{dt} = \lambda - dTV - KVT$	$\frac{dT}{dt} = \lambda - dT - KVT$
$\frac{dI}{dt} = KVI - \delta I$	$\frac{dI}{dt} = KVT - \delta I$	$\frac{dI}{dt} = KT - \delta IV$	$\frac{dI}{dt} = KVT - \delta I$	$\frac{dI}{dt} = KVT - \delta I$
$\frac{dV}{dt} = pI - cV$	$\frac{dV}{dt} = pI - cVI$	$\frac{dV}{dt} = pIV - cV$	$\frac{dV}{dt} = pIV - cV$	$\frac{dV}{dt} = pI - cV$

2.

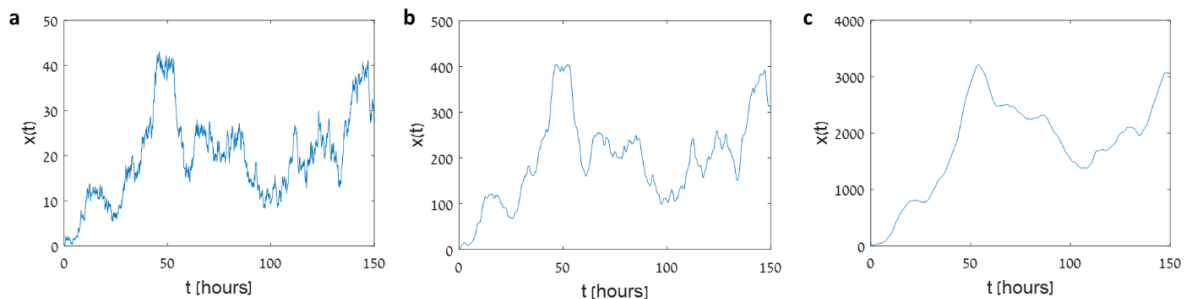
נתונה המערכת הבאה:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-x}{\tau} + u(t)$$

הקלט $u(t)$ הוא:



עבור ערכים שונים של τ התקבלו הגרפים הבאים של $x(t)$:



מהו הערך של τ עבור כל אחד מהגרפים?

א	ב	ג	ד	ה
1	0.1	0.01		
10	1	0.1		
0.01	0.1	1		
0.1	1	10		
1	10	100		

3.

נתונות שתי מערכות דינמיות לינאריות דו מימדיות a ו b. עבור כל אחת מהן, אנחנו יודעים את **אחד** הערכים העצמיים:

$$\lambda_a = -5 - 3i$$

$$\lambda_b = -7 + i$$

מה ניתן להגיד על שתי המערכות?

- א. מערכת a מתכנסת בעוד שמערכת b מתבדרת.
- ב. מערכת a הינה ספירלה מתכנסת בעוד שמערכת b הינה מעגל.
- ג. המהירות הזוויתית של מערכת b יותר גדולה משל a.
- ד. מערכת a מתכנסת יותר לאט ממערכת b.
- ה. לא ניתן להגיד משהו על שתי המערכות מבלי לדעת את הערך העצמי השני של כל אחת מהן.

4.

נתונה המערכת

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - 2x - 3$$

$$x(0) = 4$$

אנו מעוניינים למצוא **בקירוב** את הערך של x בזמן $t = 0.5$ באמצעות ליניאריזציה.

בסביבות איזו נקודה נבצע ליניאריזציה?

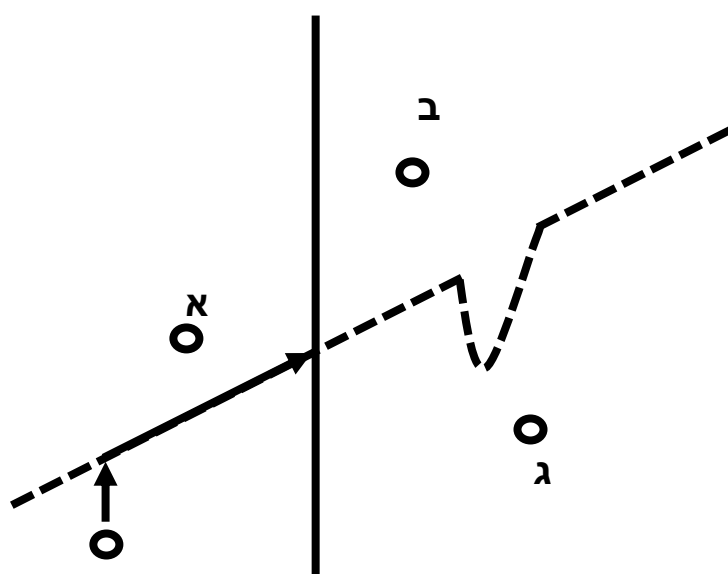
- א. -1
- ב. 3
- ג. 4
- ד. 5
- ה. לא ניתן לבצע ליניאריזציה במקרה זה

5.

במערכת שלפניכם, נתון:

- מתקיימת הפרדת זמנים, כך שהמשתנה האנכי מהיר בהרבה מהמשתנה האופקי.
- הקו הרצוף הוא הנולקלינה של המשתנה המרוסק והקו המרוסק הוא נולקלינה של המשתנה המהיר.
- נתון מסלול התנועה של המערכת מנקודת התחלה אחת ועד לנקודת השבת שבמפגש הנולקלינות.

קבעו עבור אילו מתנאי התחלה האחרים המסומנים באיור המערכת תגיע בסופו של דבר לנקודת השבת הזו.



- מאף אחד מתנאי ההתחלה
- מתנאי התחלה א'
- מתנאי התחלה א' וב'
- מתנאי התחלה א', ב' וג'
- לא ניתן לדעת בוודאות

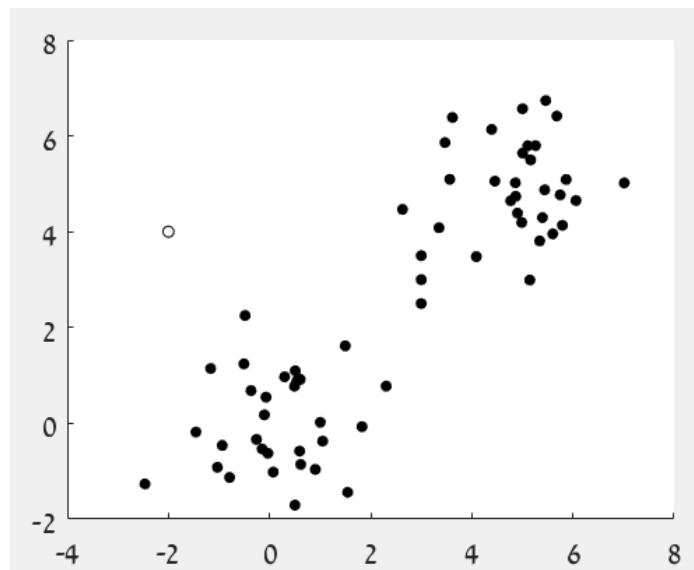
רב-מימד סגורות – 4 נק' לשאלה

6. לפניכם טבלה עם ציונים של 5 סטודנטים, ב- 4 קורסים. מצאו את הסטודנט/ית הרחוקה ביותר מהסטודנט חיים, כשדמיון מוגדר לפי קורלציית ספירמן.

פיזיולוגיה של התא	פיזיולוגיה מערכתית	אלגברה ליניארית	אותות א	
87	95	76	88	חיים
90	68	88	89	אופירה
76	87	88	95	אחמד
85	72	87	80	חן
61	80	56	62	יעקב

- א. אופירה
- ב. אחמד
- ג. חן
- ד. יעקב
- ה. אי אפשר לדעת

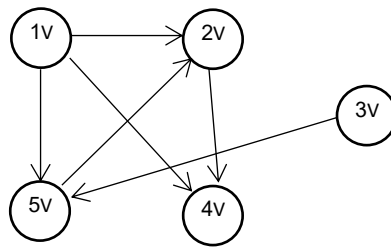
7. עשינו אשכול הררכי לדאטא דו מימדי. איזה שיטת linkage תיתן את החלוקה הבאה לשני אשכולות?



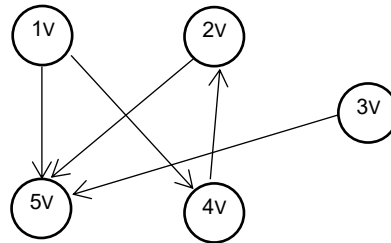
- א. Single linkage
- ב. Complete linkage
- ג. Centroid linkage
- ד. Complete או Single
- ה. Centroid או Complete

8. איזה מהגרפים מתאימים למטריצת שכנות?

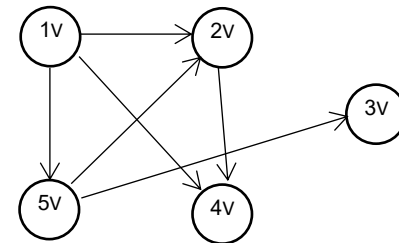
0	1	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0



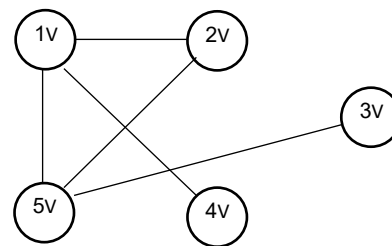
.א



.ב

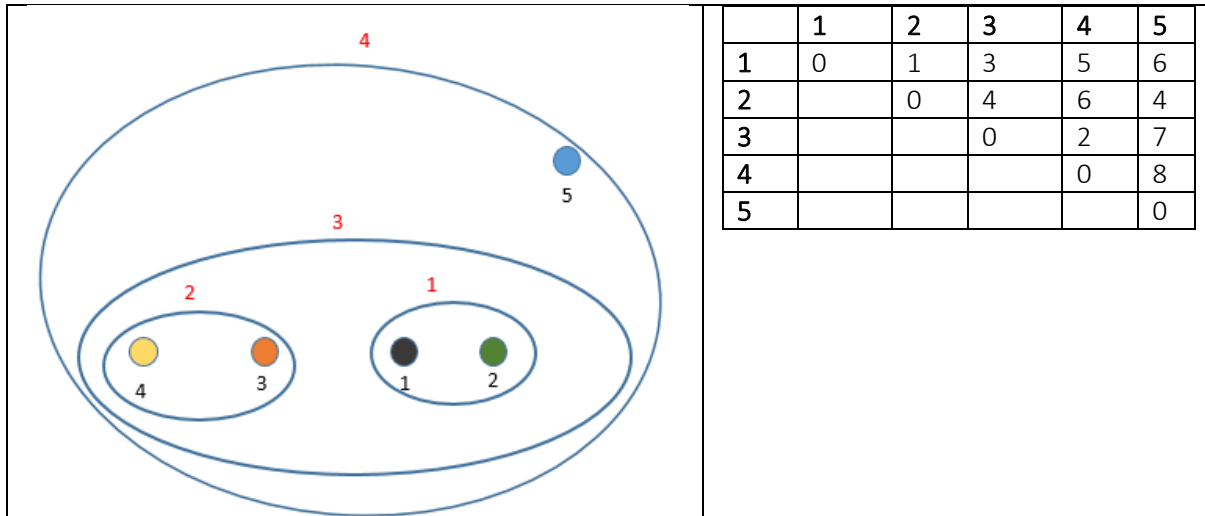


.ג



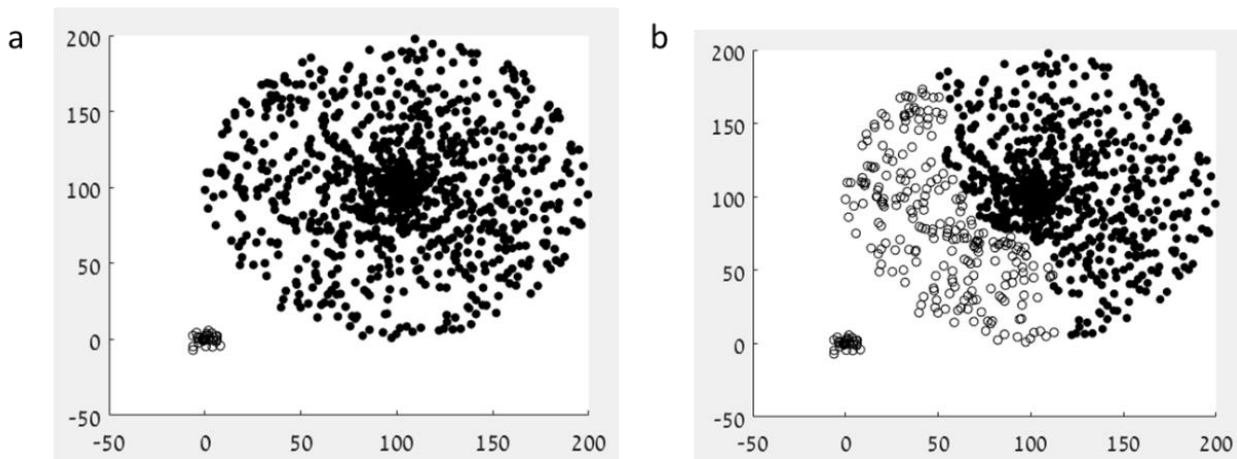
.ד

9. בהנתן מטריצת המרחקים הנתונה מטה וגרף הקיבוץ הירכי באיזו שיטת linkage השתמשו?



- א. Single
- ב. Average
- ג. Complete
- ד. Single or Average

10. עשינו אשכול לדאטא דו מימדי באמצעות שיטות שונות. איזו שיטות יכולות לתת באופן איכותי כל אחד מהגרפים הבאים?

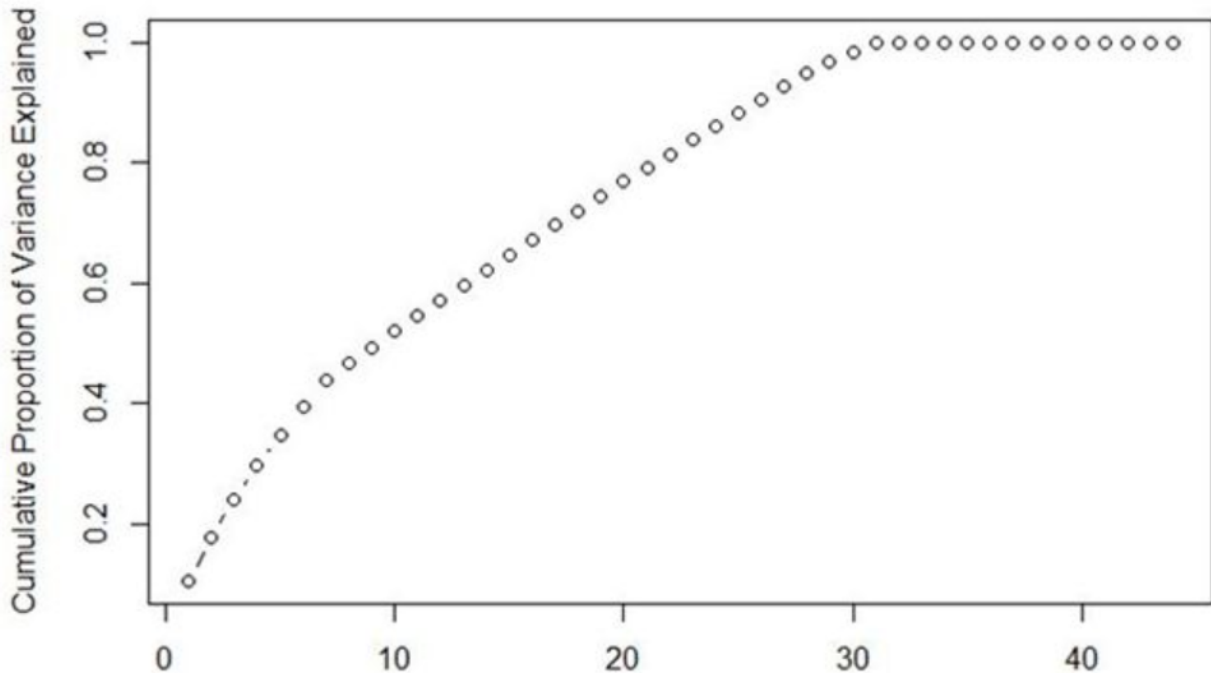


- א. בגרף a עשינו אשכול הררכי באמצעות single linkage וגרף b עשינו אשכול הררכי באמצעות complete linkage.
- ב. בגרף a עשינו אשכול באמצעות kmeans בגרף b עשינו אשכול הררכי באמצעות complete linkage.
- ג. בגרף a עשינו אשכול באמצעות kmeans בגרף b עשינו אשכול הררכי באמצעות single linkage.
- ד. בגרף a עשינו אשכול הררכי באמצעות complete linkage וגרף b עשינו אשכול הררכי באמצעות single linkage.
- ה. תשובות א, ב נכונות.

11. איזה מהמשפטים אינו נכון לגבי דאטה רב מימדי?

- א. ככל שמגדילים את מספר המימדים, כך יותר קשה להגדיר דמיון
- ב. ככל שמגדילים את מספר המימדים, כך יורדת יכולת הניבוי.
- ג. כדי להתמודד עם דאטה רב מימדית, נרצה להפחית מספר המדדים
- ד. בדאטה ביו-רפואי, בדרך כלל יש מעט דוגמאות והרבה מדדים.

12. בהינתן הגרף הבא, מה מספר ה-principle components שכדאי לבחור עבור PCA?



- א. 9
- ב. 30
- ג. 40
- ד. לא ניתן לדעת מהגרף

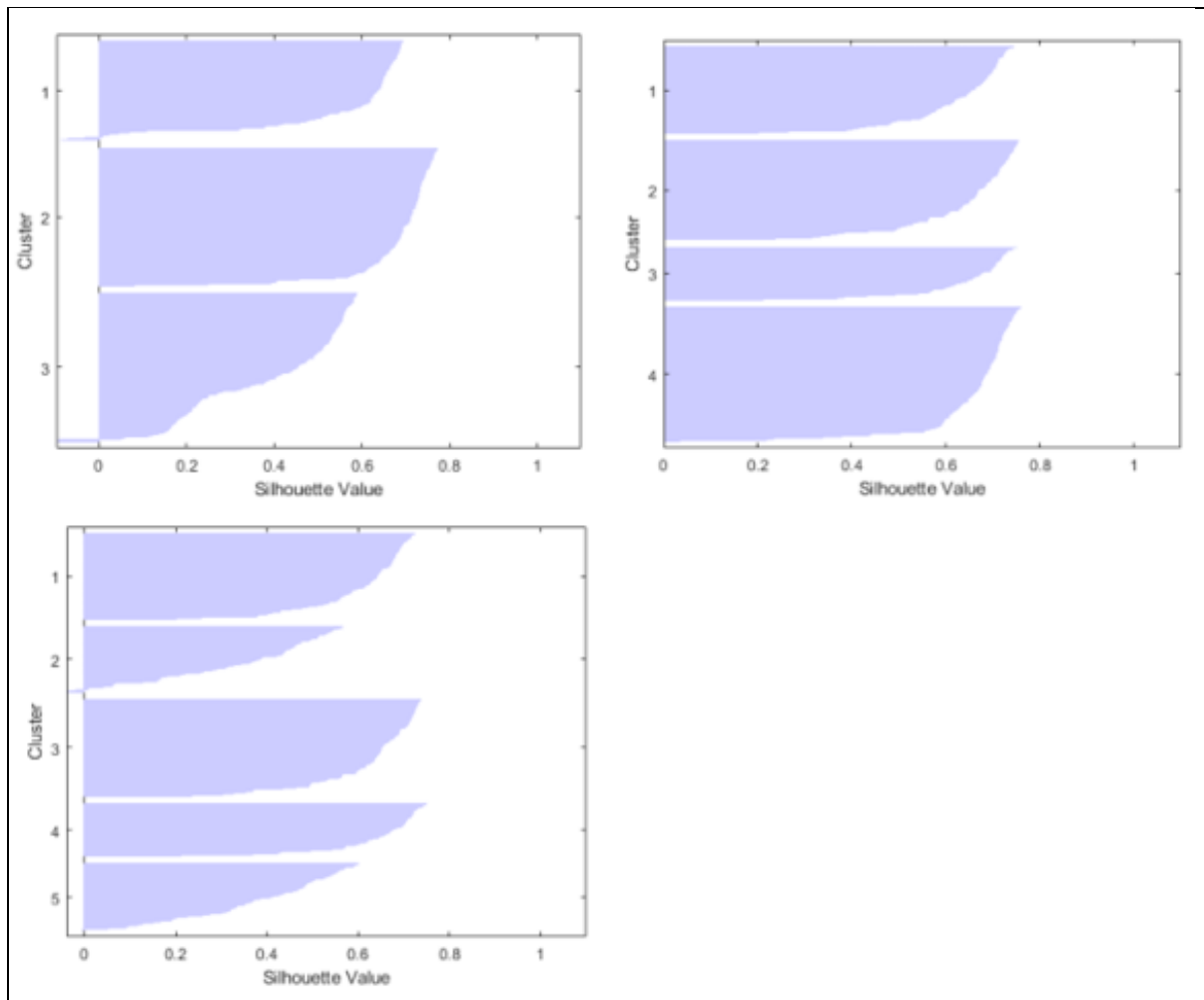
13. בהנתן סט נתונים והגרפים של ה silhouette המופיעים מטה, מה מספר הקלאסטרים האופימלי ?

א. 3

ב. 4

ג. 5

ד. לא ניתן להסיק מה המספר הקלאסטרים הסביר הקיימים בנתונים



דינמיות פתוחות – 16 נק' לשאלה

תשובות על הטופס בלבד. מחברת הבחינה היא טיוטה

בכל סעיף יש להראות את כל החישובים שנחוצים כדי להגיע לתשובה הסופית.

אין להראות חישובים שלא נחוצים (אפשר לרשום אותם על טיוטה כמובן).

יש לוודא כי התשובה הסופית כתובה באופן ברור לגמרי.

.1

נתונה מערכת דינמית:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x^2 - y^2 \\ \frac{dy}{dt} &= x^2 + y^2 - 2\end{aligned}$$

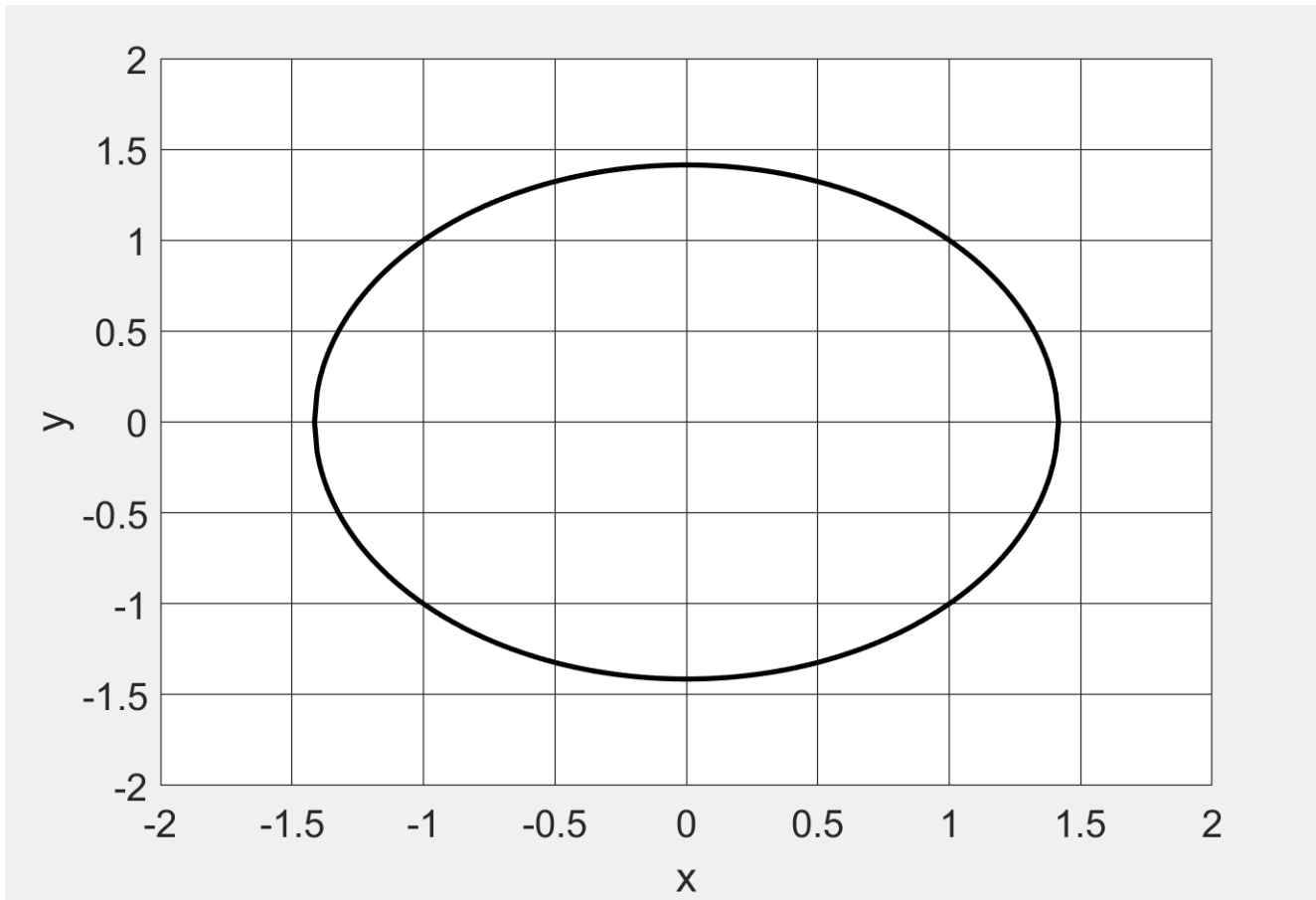
כמו כן נתונות הנקודות הבאות:

$$A = (-1, -0.5), B = (1, -0.5), C = (0.5, 0), D = (-0.5, 1)$$

- יש מקום בהמשך לכל החישובים.
 - יש מערכת צירים כדי לרשום בה את התשובה, ועוד אחת נוספת למקרה שצריך לתקן.
 - יש מערכות צירים נוספות בתור טיוטה.
- 1.1 ציירו את עקומי האפס של המערכת (אחד מהם כבר מופיע). יש לציין בבירור לאיזה משתנה שייך כל עקום אפס.
 - 1.2 מצאו את כל נקודות השבת של המערכת.
 - 1.3 בצעו לינאריזציה לנקודות השבת שנמצאת ליד נקודה A. מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
 - 1.4 בצעו לינאריזציה לנקודות השבת שנמצאת ליד נקודה B. מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
 - 1.5 נתון כי המסלולים שמתחילים בנקודות C, B לא מסתיימים באותו מקום. ציירו את ארבעת המסלולים שמתחילים בנקודות A, B, C, D. יש לצייר עד הגעה לגבולות מערכת הצירים, או עד הגעה לנקודת שבת יציבה.

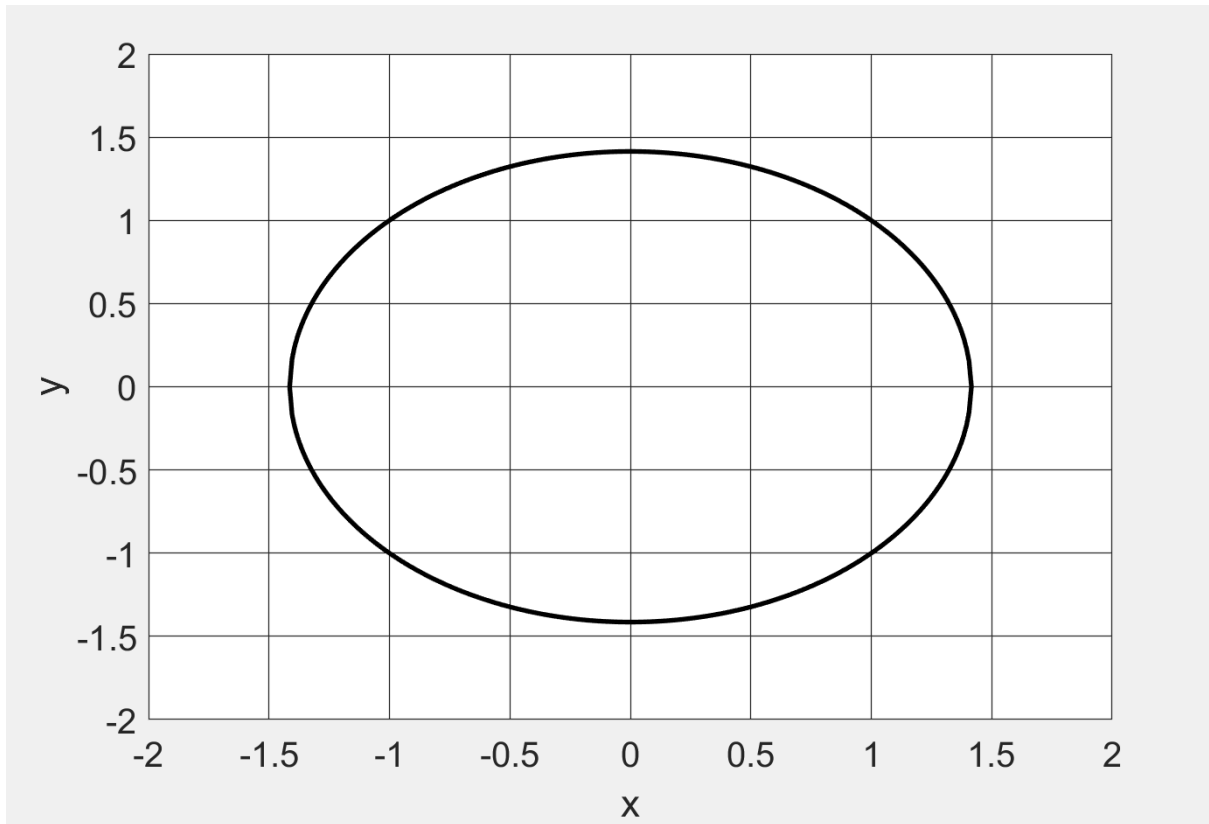
המשך שאלה פתוחה 1

תשובות לסעיפים 1.1, 1.5 :



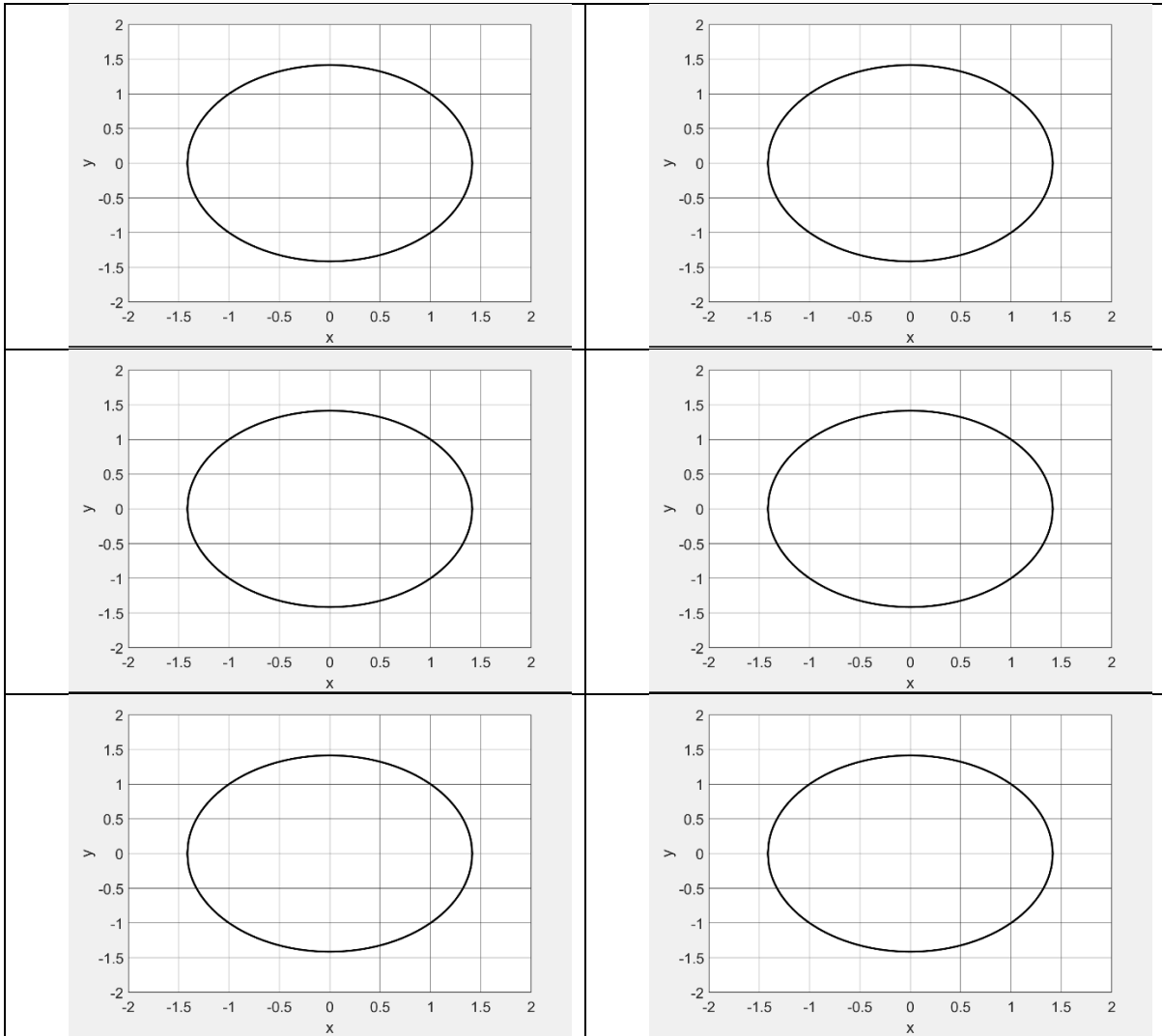
המשך שאלה פתוחה 1

מערכת צירים נוספת למקרה הצורך. יש להקפיד שיהיה ברור לחלוטין איפה התשובה הסופית!



המשך שאלה פתוחה 1

מערכות צירים כטיטה

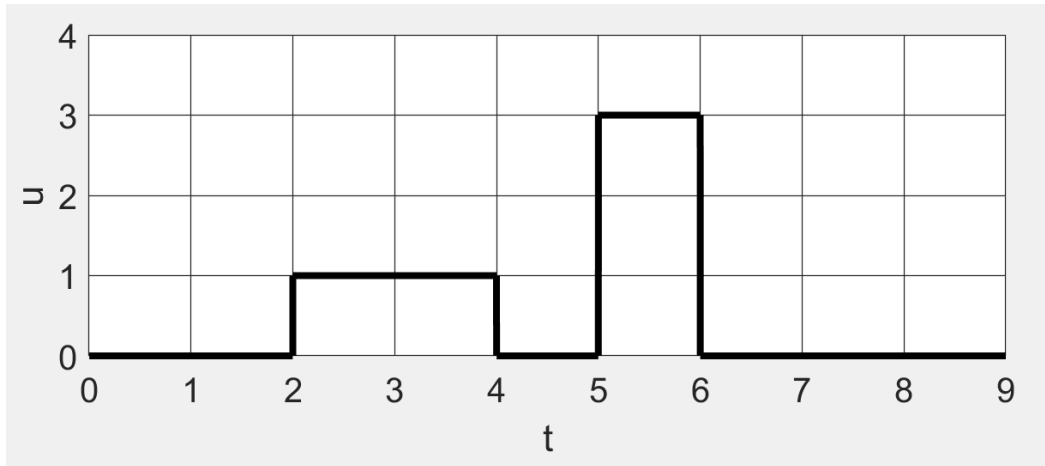


שאלה פתוחה 2

נתונה מערכת דינמית:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x) + u(t) \\ x(0) &= 0\end{aligned}$$

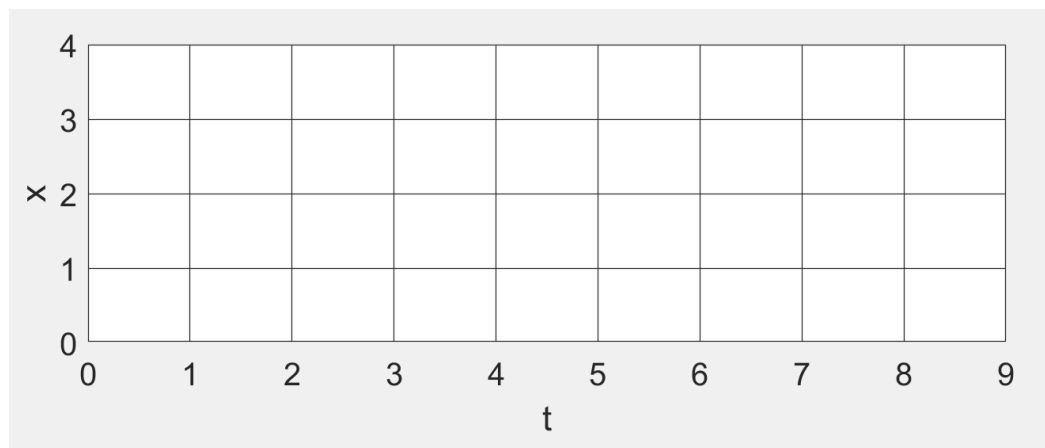
כאשר הקלט נתון בגרף:



2.1 נתון כי $f(x) = -x$

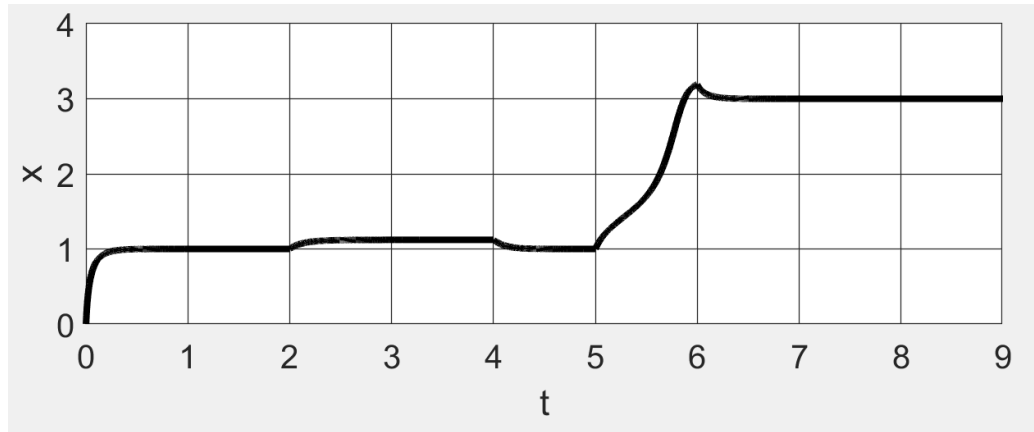
חשבו את $x(4), x(5)$ (מקום לחישוב בעמוד הבא)

ציירו בקירוב את $x(t)$:

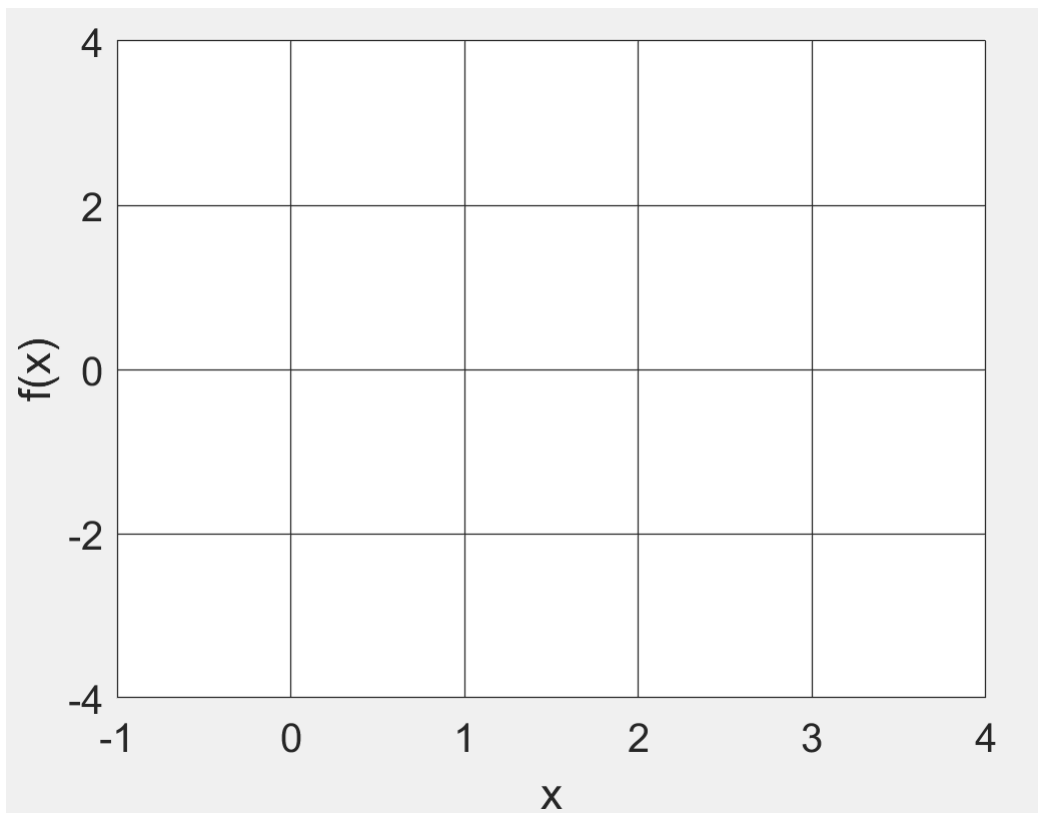


2.2

כעת נתון כי $f(x)$ היא פונקציה אחרת, ואילו $x(t)$ נתון לפי הגרף הבא:



שרטטו פונקציה אפשרית $f(x)$ שיכולה להסביר את הגרף של $x(t)$:

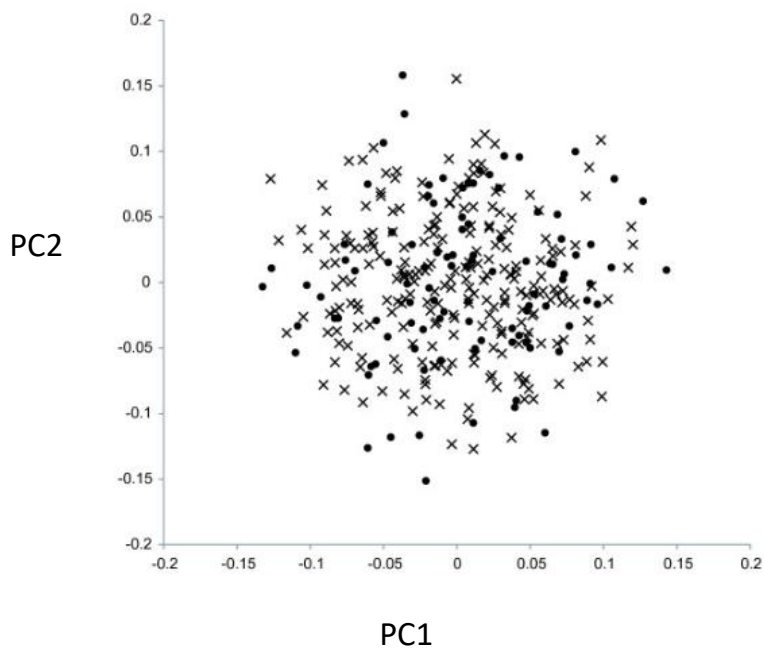


המשך שאלה פתוחה 2

שאלה פתוחה 3

3.1

ה- PCA המצורף מתאר gene expression של דוגמאות מחולים (מסומנים ב-X) ודוגמאות מבריאים (מסומנים בנקודות). כפי שניתן לראות, אין הפרדה ברורה בין הקבוצות. האם ניתן לחפש הבדלים בין החולים באופן אחר באמצעות ה-PCA? אם לא – הסבר. אם כן – תאר כיצד ומה יתרונות וחסרונות השיטה.



המשך שאלה פתוחה 3

3.2 הסבר כיצד נתונים קיצוניים במדידות (outliers) ישפיעו על hierarchical clustering לעומת PCA. על מי מהם הם ישפיעו יותר ולמה?

3.3 עבור כל משפט כתוב – נכון או לא נכון.

3.3.1 ה- loadings של PC1 יהיו הגדולים ביותר.

3.3.2 PCA מביאה למקסימום את מספר ה- PCs.

3.3.3 PCA היא שיטה Unsupervised.

3.3.4 PCA היא שיטה שיכולה לשמש למזעור מספר המימדים בנתונים וגם למציאת הפקטורים שמשפיעים על השונות בנתונים.

שאלה פתוחה 4

4.1 נניח שברצונכם לקלסטר 7 דוגמאות ל-3 מקבצים באמצעות K-means. לאחר איטרציה אחת המקבצים C1, C2, ו-C3 הם אלה:

C1: {(2,2), (4,4), (6,6)}

C2: {(0,4), (4,0)}

C3: {(5,5), (9,9)}

מה יהיו הצנטרואידים במידה ותרצו להמשיך לאיטרציה נוספת?

4.2 בשתי ריצות שונות של אלגוריתם K-means לאותו סט של נתונים – האם בהכרח נקבל את אותן תוצאות clustering? – הסבר.

המשך שאלה פתוחה 4

4.3 קלאסטרינג היררכי בוצע על 4 נקודות. נתונה מטריצת המרחקים בין כל זוג נקודות:

	P1	P2	P3	P4
P1	0	13	28	39
P2	13	0	14	25
P3	28	14	0	11
P4	39	25	11	0

הסבירו את שני צעדי המיזוג הראשונים בקלאסטרינג היררכי אם שיטת המיזוג היא single linkage?