

אותות ומערכות ב' - מועד ב' תשע"ט 26.9.2019

גרסה מספר: 489279868

שם הסטודנט _____

ת.ז. _____

סטודנט/ית יקר/ה,

המבחן כולל: 13 שאלות אמריקאיות ו- 4 שאלות פתוחות
ניקוד: 4 נקודות לכל שאלה אמריקאית, 16 נקודות לכל שאלה פתוחה בדינמיות, 8 נקודות
לכל שאלה פתוחה ברב-מימד.

חומר עזר: מחשבון

**יש לענות על השאלות הפתוחות על גבי טופס המבחן בלבד. את מחברות הטיוטה לא
מגישים, ואין להן כל תוקף לבדיקת המבחן או לערעור.**

אנא קרא/י בתשומת לב את ההוראות:

- הדבק/י את מדבקת הברקוד במקום המיועד לכך. (במידה ואין בידך מדבקה אנא רשום את מספר ת.ז. במקום המיועד)
- יש למלא את טופס התשובות בעט כדורי בלבד על ידי סימון ברור!
- יש לסמן תשובה אחת בלבד, סימון שתי תשובות כנכונות תחשב כשגיאה גם אם אחת מהן נכונה.
- בכל מקרה של אי התאמה בין טופס הקידוד לסימון בשאלון הבחינה - טופס הקידוד הוא הקובע.

משך הבחינה: 3 שעות

ב ה צ ל ח ה !!!

אני (שם ומשפחה) _____ ת.ז. _____ נבחן/ת בבחינה זו, מצהיר/ה כי לא
אעתיק ולא אשתמש באמצעים המנוגדים לטוהר הבחינות בטכניון.

חתימה _____

1.

נתונה מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{aligned}\frac{dA}{dt} &= aA - bB + c \\ \frac{dB}{dt} &= dA - fB + g \\ a, b, c, d, f, g &> 0\end{aligned}$$

ידוע כי A ו B מתארים את רמת הפעילות של שתי אוכלוסיות נירונים. אחת נירונים מעוררים – הם מעלים את הפעילות של הנירונים אליהם הם מחוברים. השנייה נירונים מעכבים – הם מורידים את הפעילות של הנירונים אליהם הם מחוברים.

ביחרו את הפרשנות הסבירה ביותר למשתנים והפרמטרים:

- א. A הם המעוררים, B הם המעכבים, f זה חוזק החיבור מקבוצה A לקבוצה B
- ב. A הם המעוררים, B הם המעכבים, c זה קלט חיצוני לקבוצה B
- ג. A הם המעוררים, B הם המעכבים, d זה חוזק החיבור מקבוצה A לקבוצה B
- ד. A הם המעכבים, B הם המעוררים, b זה חוזק החיבור מקבוצה B לקבוצה A
- ה. A הם המעכבים, B הם המעוררים, g זה קלט חיצוני לקבוצה B

2.

נתונה מערכת דו-מימדית לינארית:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} x \\ x(0) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

מה יהיה הערך של x בזמן t=1 באמצעות פתרון נומרי עם dt = 0.5?

- א. $\begin{pmatrix} 6 \\ -10 \end{pmatrix}$
- ב. $\begin{pmatrix} 11 \\ -25 \end{pmatrix}$
- ג. $\begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix}$
- ד. $\begin{pmatrix} 36 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ה. $\begin{pmatrix} 121 \\ 45 \end{pmatrix}$

3.

נתונה המערכת הדינמית הבאה:

$$\ddot{x} = 6\dot{x} - 5x$$

$$x(0) = 0$$

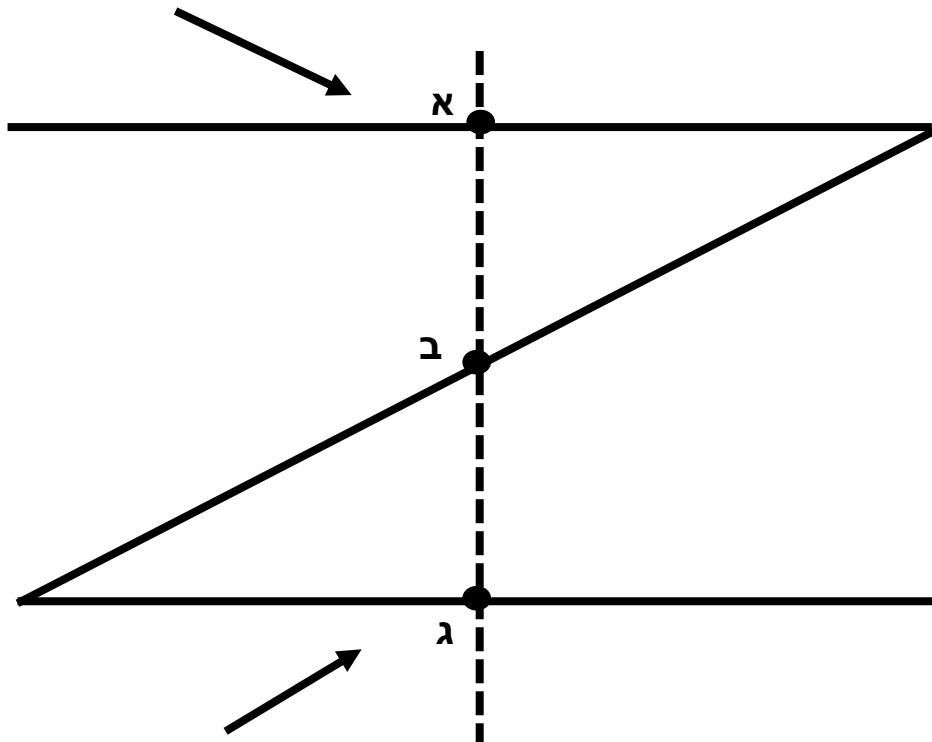
$$\dot{x}(0) = 1$$

ביחרו את המשפט הנכון ביותר:

- א. זו מערכת במימד אחד, ולכן לא ייתכנו בה תנודות.
- ב. המערכת תציג תנודות בזמן מחזור $2\pi/5$
- ג. המערכת תציג תנודות בזמן מחזור 2π
- ד. המערכת תדעך לאפס ללא תנודות
- ה. המערכת תתבדר לאינסוף ללא תנודות

4

1. באיור שלפניך מסומנות נלוקלינות מסוג אחד בקו רצוף, ונולקלינה מסוג שני בקו מרוסק. כמו כן, מסומנים בחץ כיווני הזרימה בשני אזורים במרחב. קבעו את היציבות של שלושת נקודות השבת המסומנות.



- a. נקודות א' וג' יציבות; נקודה ב' לא יציבה
- b. נקודות א' וג' לא יציבות; נקודה ב' יציבה

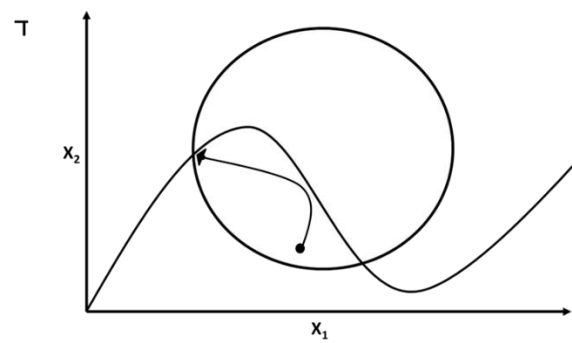
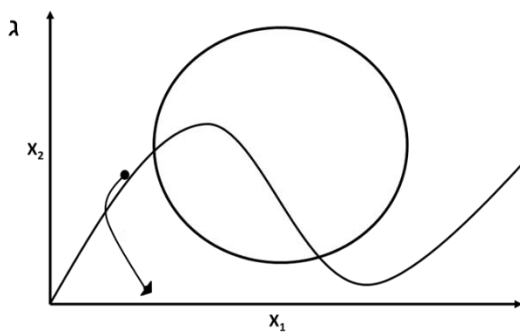
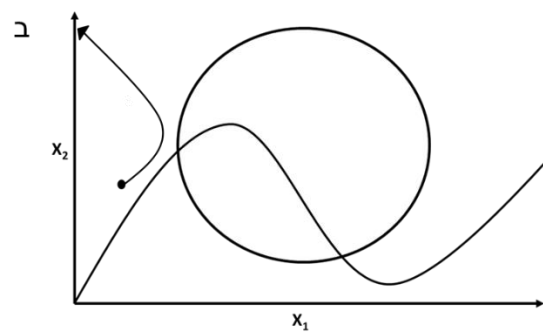
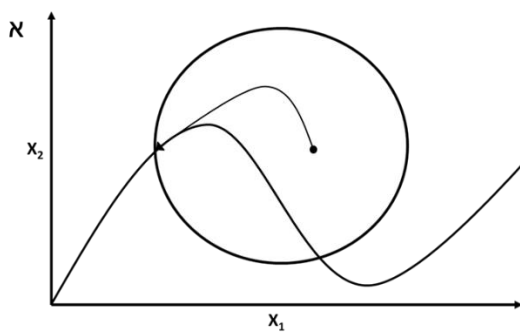
- c. נקודות א' וג' יציבות; נקודה ב' לא ניתן לדעת
 d. נקודות א' וג' לא יציבות; נקודה ב' לא ניתן לדעת

5

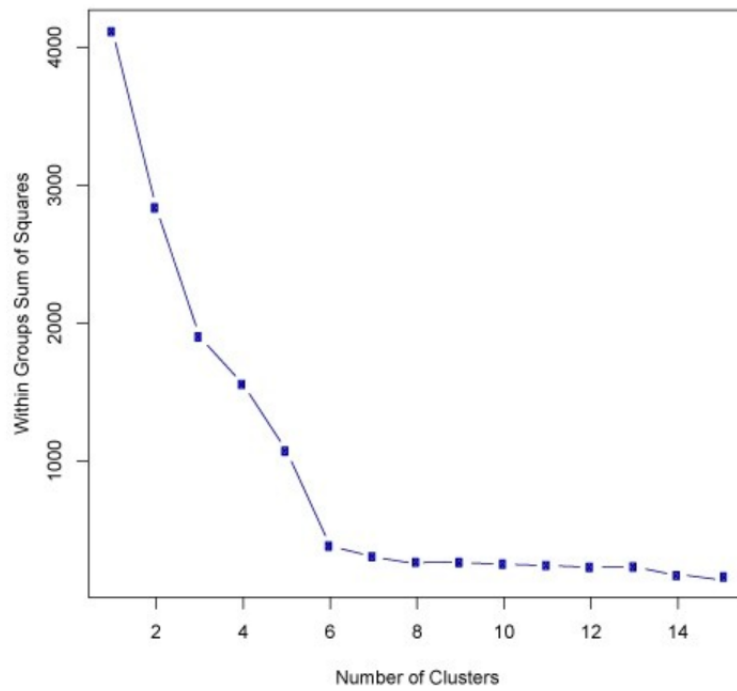
נתונה מערכת דינמית דו מימדית.

בכל אחד מהאיורים מופיעים שני עקומי האפס של המערכת (עיגול ועקום בצורת האות "מ" בכתב עגול), וכן מופיע מסלול אחד (מסומן בעיגול וחץ).

איזה מסלול מבין המסלולים אפשרי?



6. בהנתן ה- scree plot הבא, מהו מספר האשכולות שהכי כדאי לבחור עבור k-means?



- א. 3
- ב. 6
- ג. 14
- ד. 15

7. נתון גרף המקשר בין משקל לגובה.

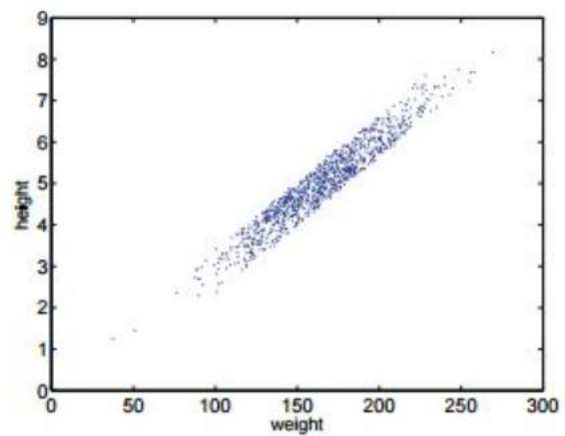


Figure 1: Height vs weight.

באיזה זווית יהיה הציר של PC1 ביחס לציר האופקי?

- א. 0°
- ב. 45°

- ג. 60°
- ד. 90°
- ה. 120°

8. עבור 100 השוואות ו- $\alpha = 0.01$, איזה ערך אלפא נצטרך לבחור בבדיקה בודדת לפי תיקון בנפרוני?

- א. 10^{-2}
- ב. 10^{-3}
- ג. 10^{-4}
- ד. 10^{-5}

9. איזה משפט מהמשפטים הבאים נכון לגבי PCA?

- א. אי נרמול הדאטה לא משפיע על התוצאה של PCA.
- ב. המרכיבים הראשיים (PCs) לא חייבים להיות אורתוגונליים.
- ג. ב PCA מוצאים את הכיוונים בהם השונות בדאטה היא מינימלית.
- ד. למימדים שבהם אין שונות בדאטה תרומה אפסית למרכיבים הראשיים.
- ה. יש קורילצייה חזקה בין המרכיבים הראשיים.

10. איזה מהמשפטים הבאים אינו נכון?

- א. הוספת מספר קבוע לכל קואורדינטה לא תשפיע על המרחק האוקלידי בין הנקודות.
- ב. כפל כל קואורדינטה במספר קבוע משפיע על המרחק האוקלידי בין הנקודות.
- ג. הוספת מספר קבוע לכל קואורדינטה לא תשפיע על קורילציית ספירמן ופירסון.
- ד. הוספת מספר קבוע לא תשפיע על קורילציית פירסון אבל כן תשפיע על קורילציית ספירמן.
- ה. כפל כל קואורדינטה במספר קבוע לא תשפיע על קורילציית ספירמן ופירסון.

11. איזה מהמשפטים הבאים בנוגע לאשכול נכון?

- א. אחד החסרונות של אשכול unsupervised על אשכול supervised הוא שהוא לא מאפשר לבחור מראש את מספר הקבוצות.
- ב. ב- K means פונקציית המרחק חייבת להיות אוקלידית.
- ג. ב- K means שתי דרכים שמגדילות את הסיכוי להגיע לפתרון שהוא מינימום גלובלי (global minima) הן: לנסות תנאי התחלה שונים או לנתח את התפלגות המרחקים בתוך ובו קבוצות.
- ד. Single linkage היא שיטת איגוד שמתאימה לדאטה עם רעש.

12. איזה מהמשפטים הבאים בנוגע לרשתות נכון?

- א. הסרת ה-hub בעל ה-degree הגבוהה ביותר יפרק את הרשת לכמות הכי גדולה של תתי רשתות.
- ב. תתכן רשת שבה יש צומת אחד שהוא גם בעל ה-degree הגבוהה ביותר, גם בעל ה-centrality הגבוה ביותר.
- ג. ניתן לדעת כמה קליקות יש ברשת מתוך היסטוגרמה של ה-degrees שיש לכל צומת.
- ד. אם ברשת לא מכוונת יש מעגל – הוספת כיווניות לקשתות בהכרח לא תסיר את המעגל מהרשת.

13. חוקר ביצע PCA עבור דאטה בו נמדדו עשרה מדדים. החוקר קיבל שאחוז השונות המוסברת ב-PC1 הוא 81%, ב-PC2 הוא 17% ובסכום כל השוניות המוסברת ע"י PC אחרים הינה 1%. באיזה PCs כדאי לו להשתמש להמשך האנליזה?

- א. ב- PC1 בלבד כי הוא מסביר את החלק הגדול ביותר של השונות בדאטה.
- ב. בכל ה- PCs מכיוון שכל אחד מוסיף עוד שונות מוסברת.
- ג. ב- PC1 וב- PC2 כי הדאטה ככל הנראה הגיע ממרחב דו-מימדי, PC3 ומעלה הם ככל הנראה רעש.
- ד. ב- PC1 וב- PC2, אלא אם כן ברור לחוקר שהתפלגות הנותנים באחד ה- PCs האחרים תופסת מימד החשוב לשאלת המחקר

דינמיות פתוחות – 16 נק' לשאלה

תשובות על הטופס בלבד. מחברת הבחינה היא טיטה

בכל סעיף יש להראות את כל החישובים שנחוצים כדי להגיע לתשובה הסופית.

אין להראות חישובים שלא נחוצים (אפשר לרשום אותם על טיטה כמובן).

יש לוודא כי התשובה הסופית כתובה באופן ברור לגמרי.

1.

נתונה מערכת דינמית:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x^3 + 3x - y \\ \frac{dy}{dt} &= -(x + y)\end{aligned}$$

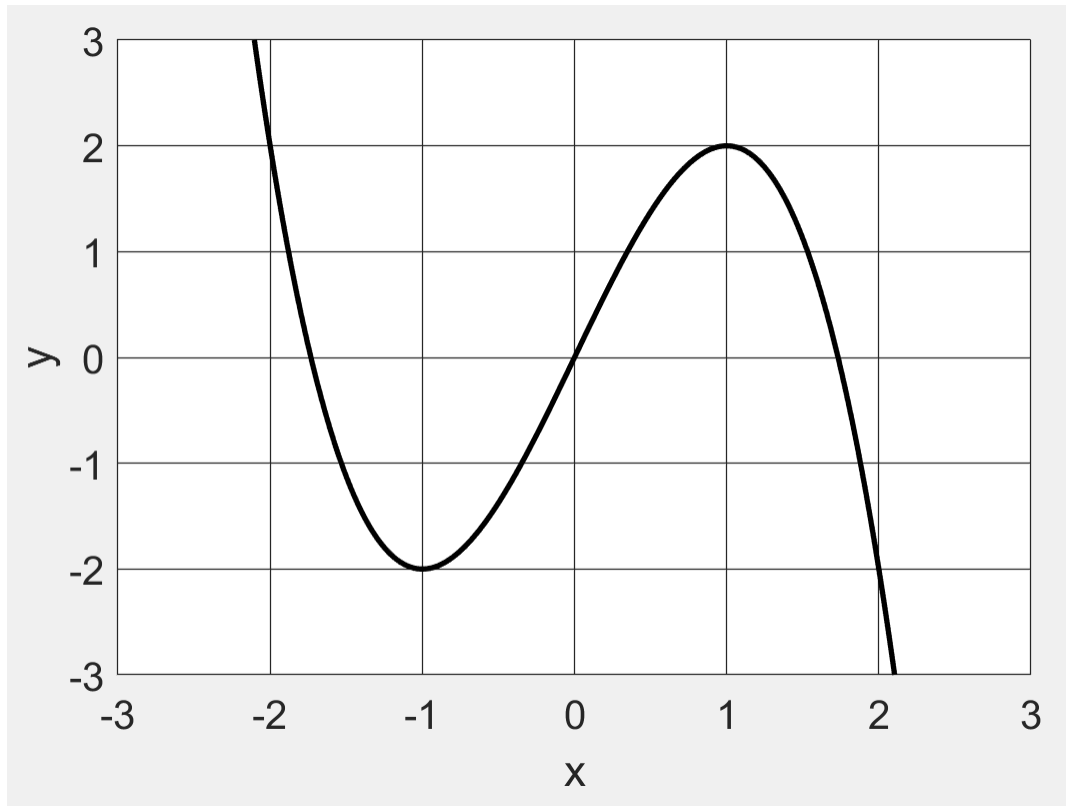
כמו כן נתונות הנקודות הבאות:

$$A = (0,1), B = (1, -2), C = (-0.4, -2), D = (-0.6, -2)$$

- יש מקום בהמשך לכל החישובים.
 - יש מערכת צירים כדי לרשום בה את התשובה, ועוד אחת נוספת למקרה שצריך לתקן.
 - יש מערכות צירים נוספות בתור טיטה.
- 1.1 ציירו את עקומי האפס של המערכת (אחד מהם כבר מופיע). יש לציין בבירור לאיזה משתנה שייך כל עקום אפס.
 - 1.2 מצאו את כל נקודות השבת של המערכת.
 - 1.3 בצעו לינאריזציה לנקודת השבת שנמצאת ליד נקודה A. מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
 - 1.4 בצעו לינאריזציה לנקודת השבת שנמצאת ליד נקודה B. מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
 - 1.5 נתון כי המסלולים שמתחילים בנקודות C, D לא מסתיימים באותו מקום. ציירו את ארבעת המסלולים שמתחילים בנקודות D, C, B, A. יש לצייר עד הגעה לגבולות מערכת הצירים, או עד הגעה לנקודת שבת יציבה.

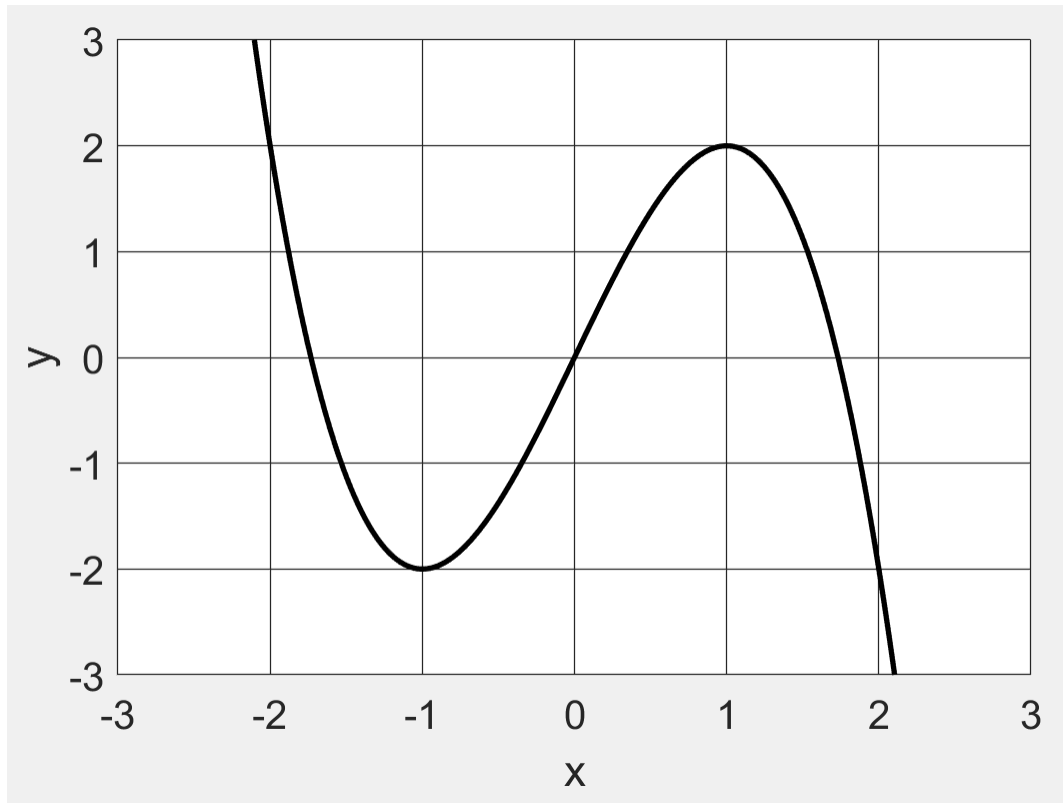
המשך שאלה פתוחה 1

תשובות לסעיפים 1.1, 1.5 :



המשך שאלה פתוחה 1

מערכת צירים נוספת למקרה הצורך. יש להקפיד שיהיה ברור לחלוטין איפה התשובה הסופית!

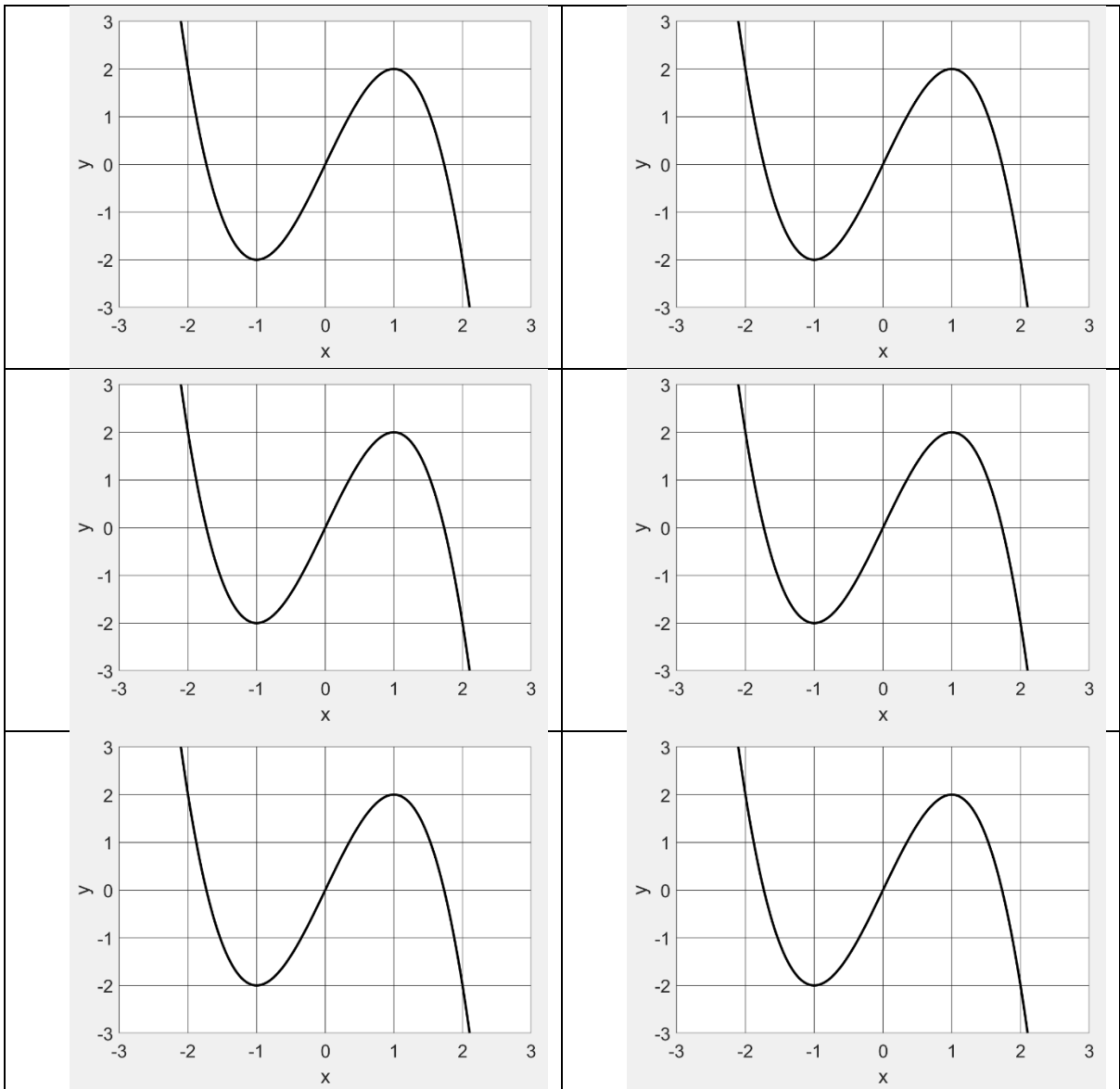


המשך שאלה פתוחה 1

המשך שאלה פתוחה 1

המשך שאלה פתוחה 1

מערכות צירים כטיטה



נתונה מערכת דינמית:

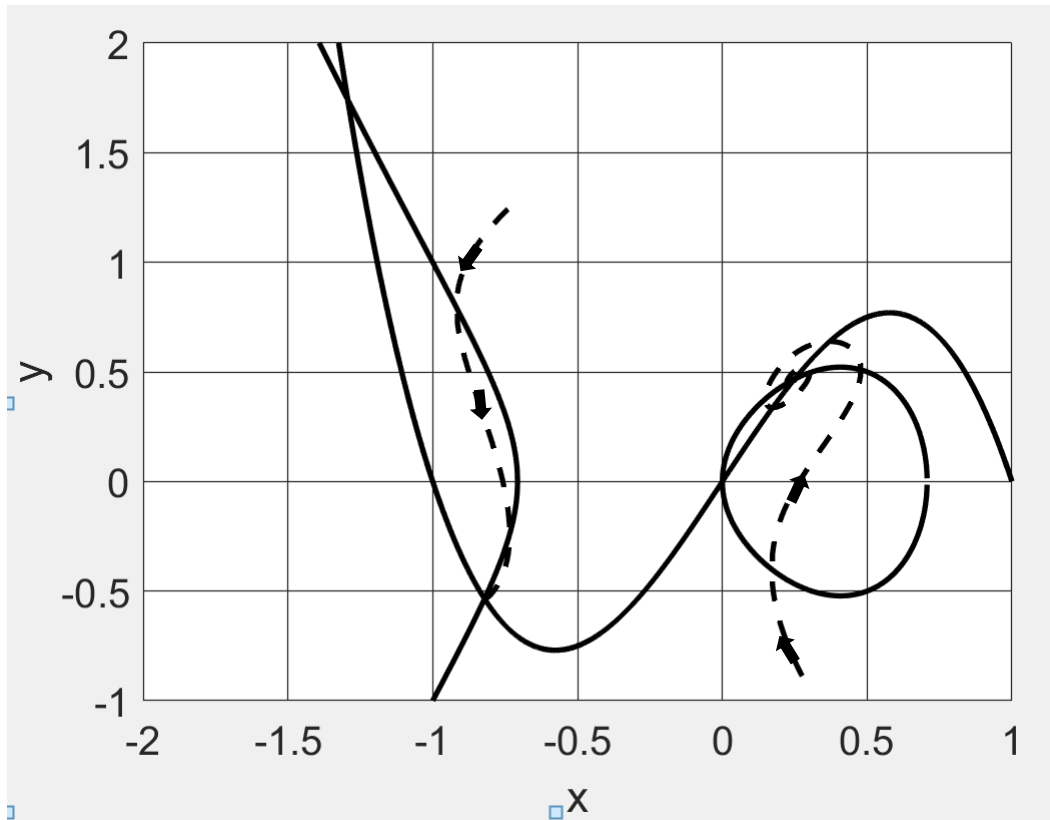
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x - 2x^3 - y^2 \\ \frac{dy}{dt} &= \epsilon(2x - 2x^3 - y) \\ \epsilon &= 1\end{aligned}$$

באיור בעמוד הבא מופיעים 3 עקומים. אלו הם עקומי האפס של המערכת (שניים שייכים לאותו משתנה). כמו כן מופיעים שני מסלולים (מקווקווים עם חצים).

- יש מקום בהמשך לכל החישובים.
- יש מערכת צירים כדי לרשום בה את התשובה, ועוד אחת נוספת למקרה שצריך לתקן.
- יש מערכות צירים נוספות בתור טיוטה.

- 2.1 באיור מופיעים 3 עקומים. שייכו כל אחד מהם לאחד משני עקומי האפס.
- 2.2 בצעו לינאריזציה לנקודת השבת שנמצאת ב(0,0). מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
- 2.3 נתון כי מסלול התחיל בנקודה (0,-0.5). לרשותכם $y(t)$ של אותו מסלול. ציירו את $x(t)$, וציירו את המסלול במרחב הפאזה.
- 2.4 כעת נתון כי $\epsilon = 0.001$. ציירו את המסלולים המתחילים בנקודות (1,0.25), (0,1.9)

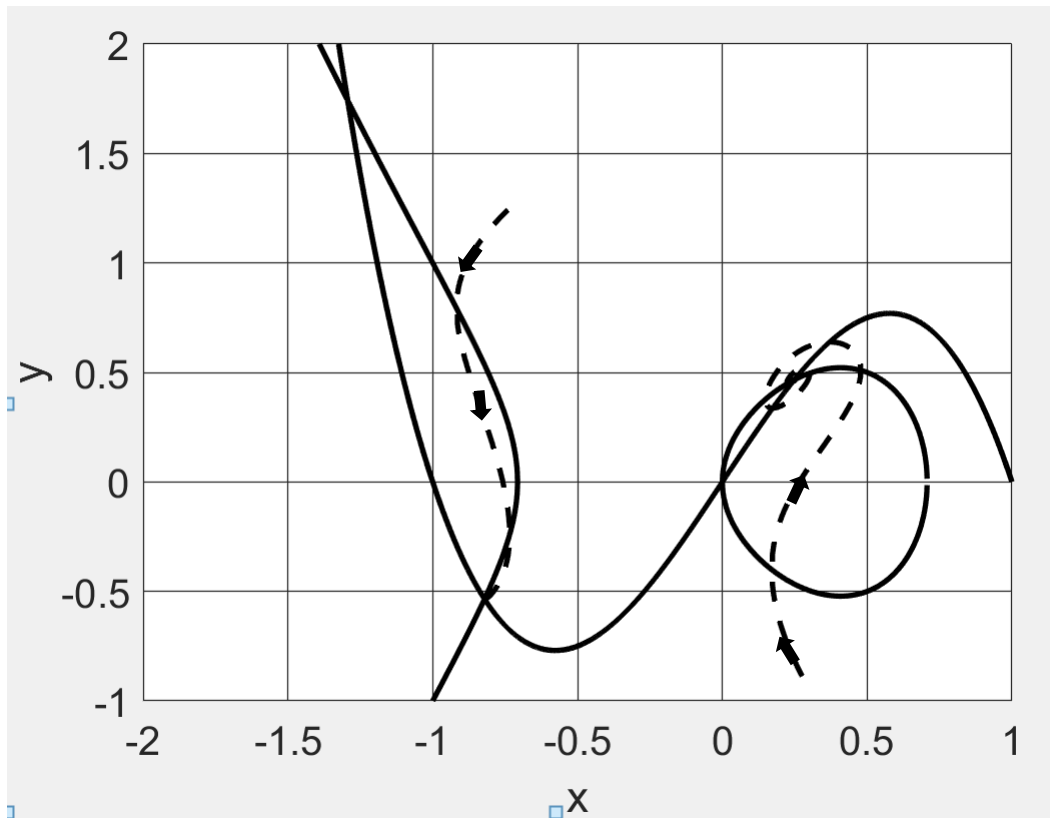
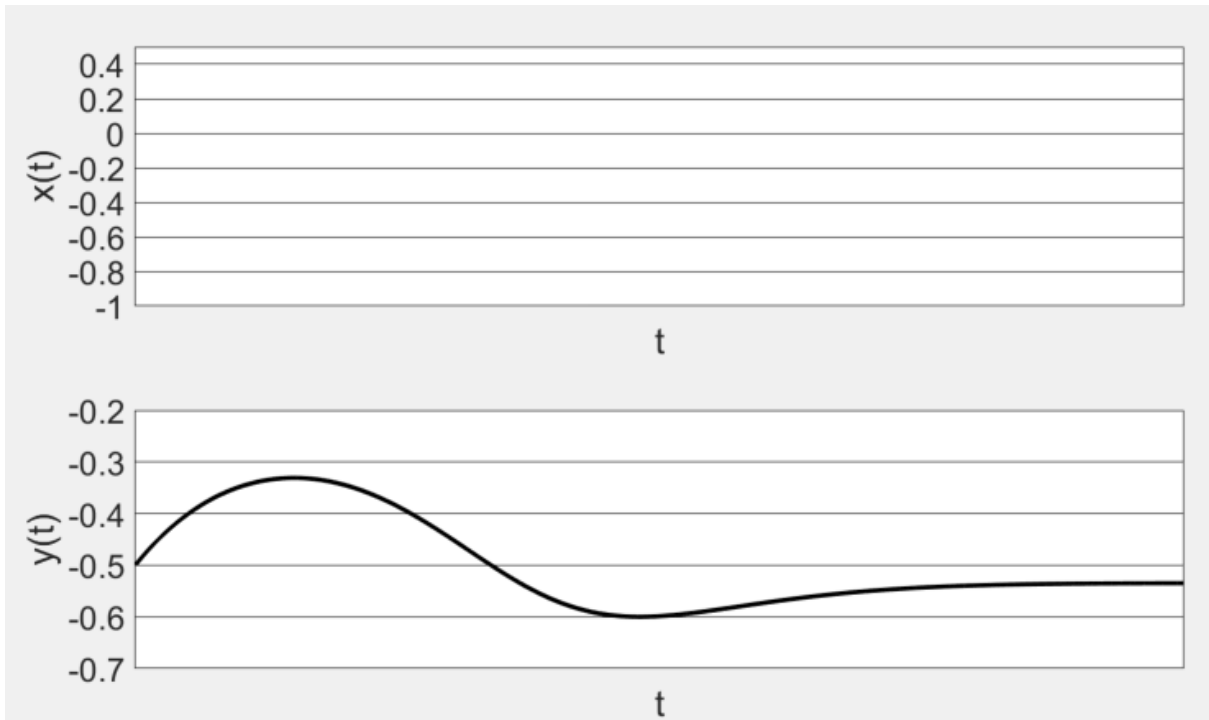
תשובה לסעיף 2.1



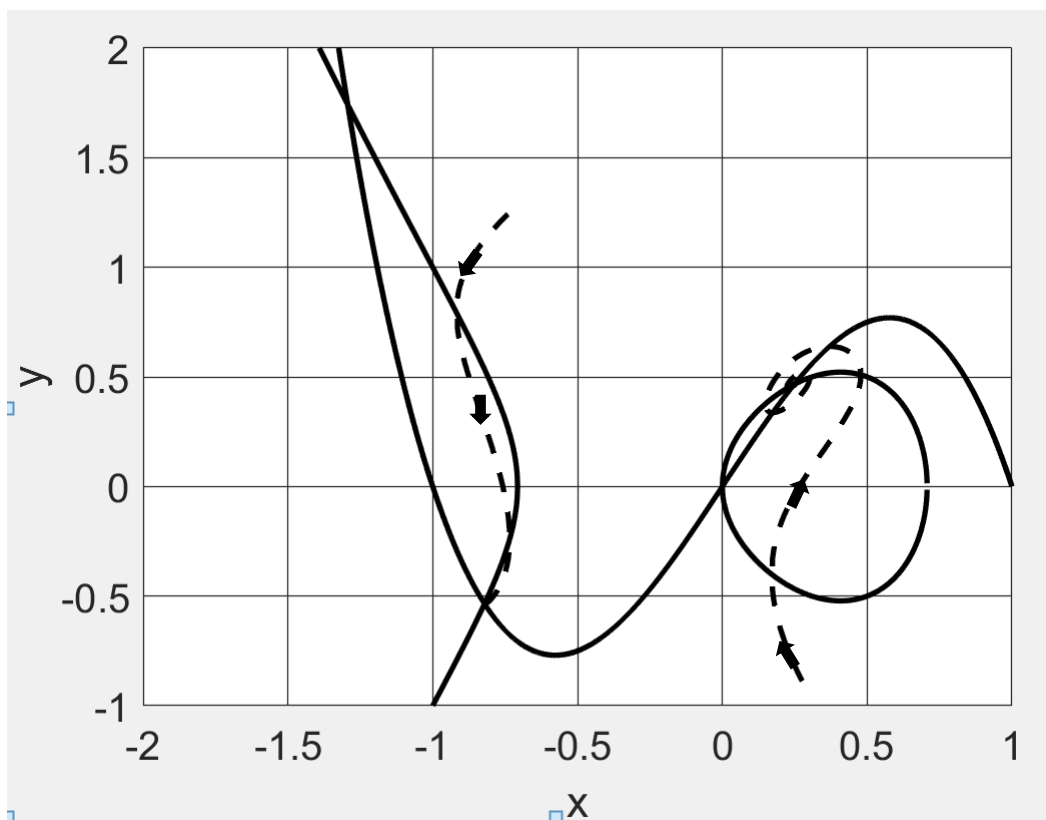
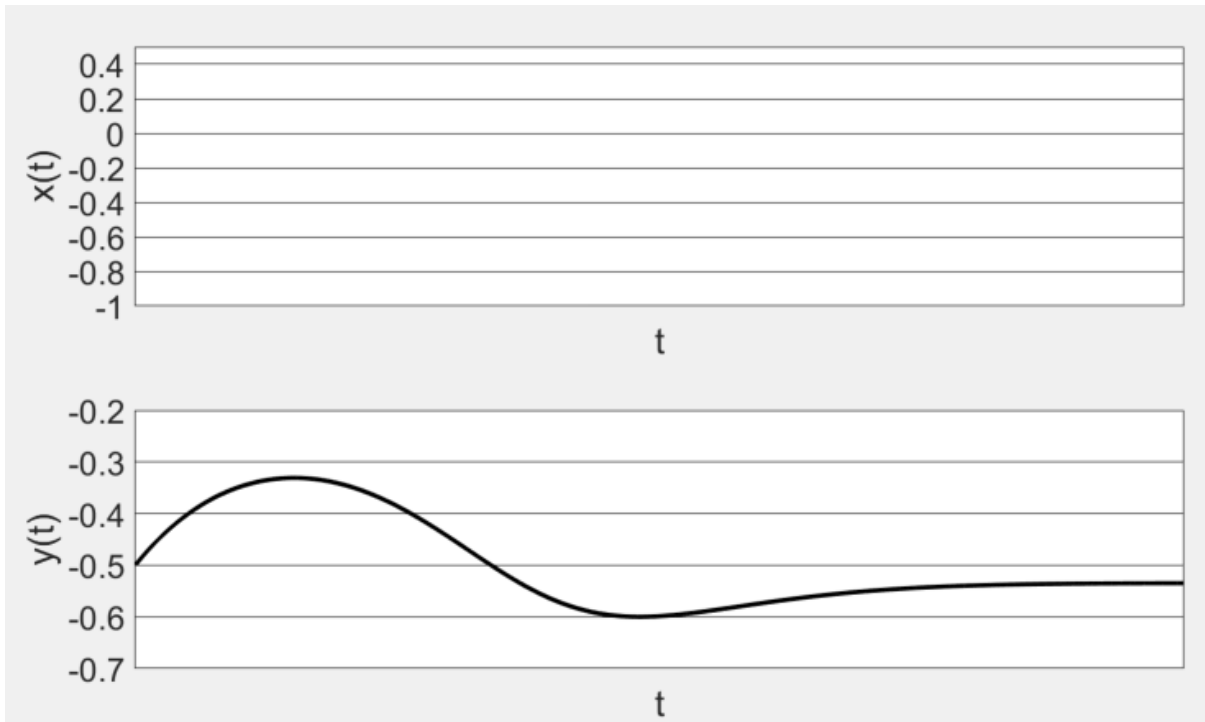
תשובה לסעיף 2.2

המשך מקום לתשובה 2.2

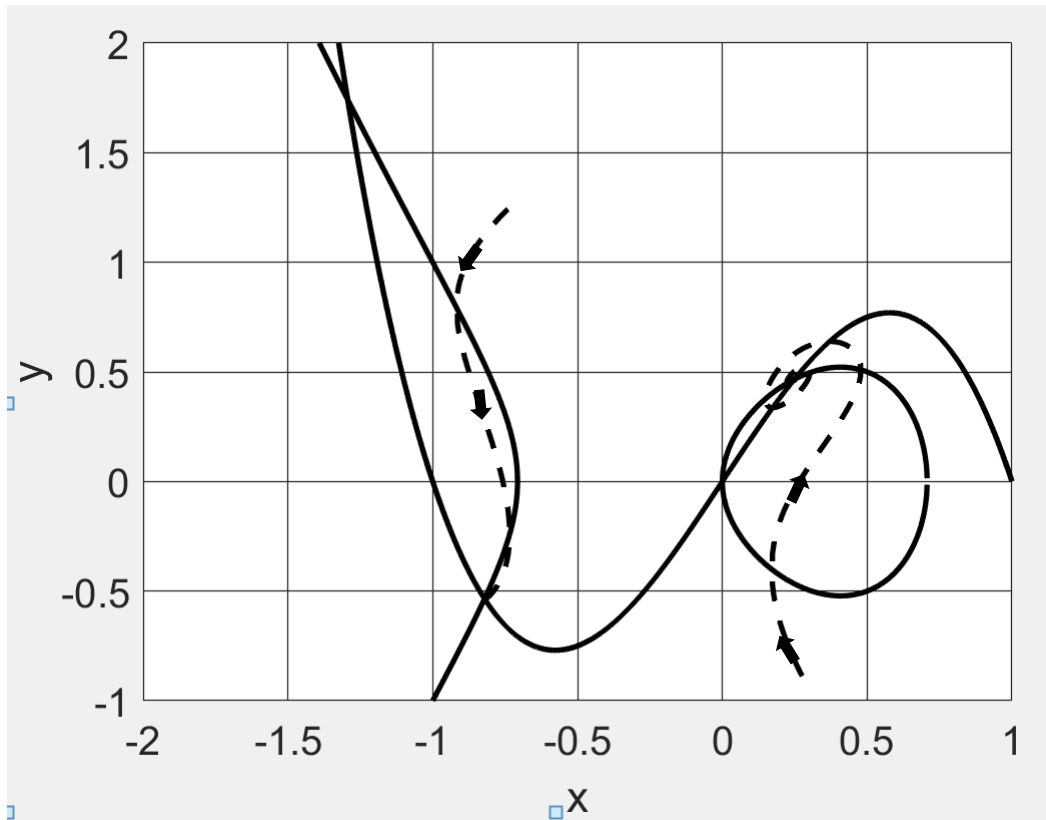
מקום לתשובה 2.3



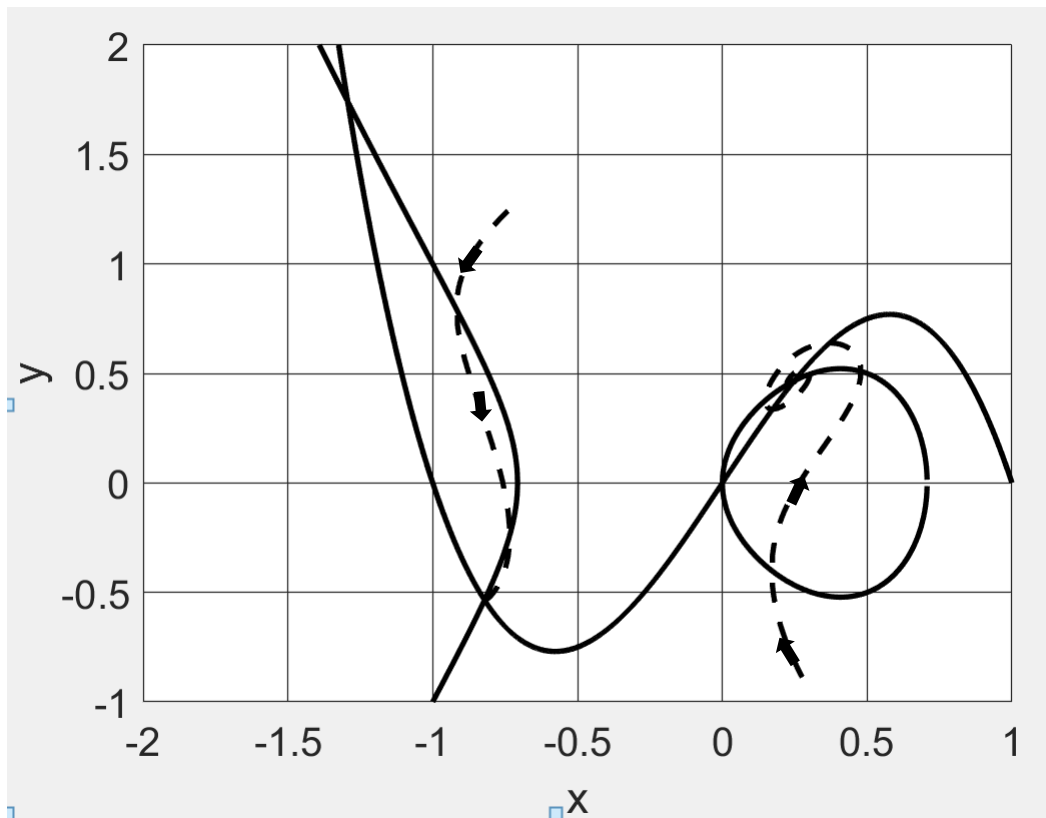
מקום חלופי לתשובה 2.3 (צריך להיות ברור לחלוטין איפה התשובה הסופית!)

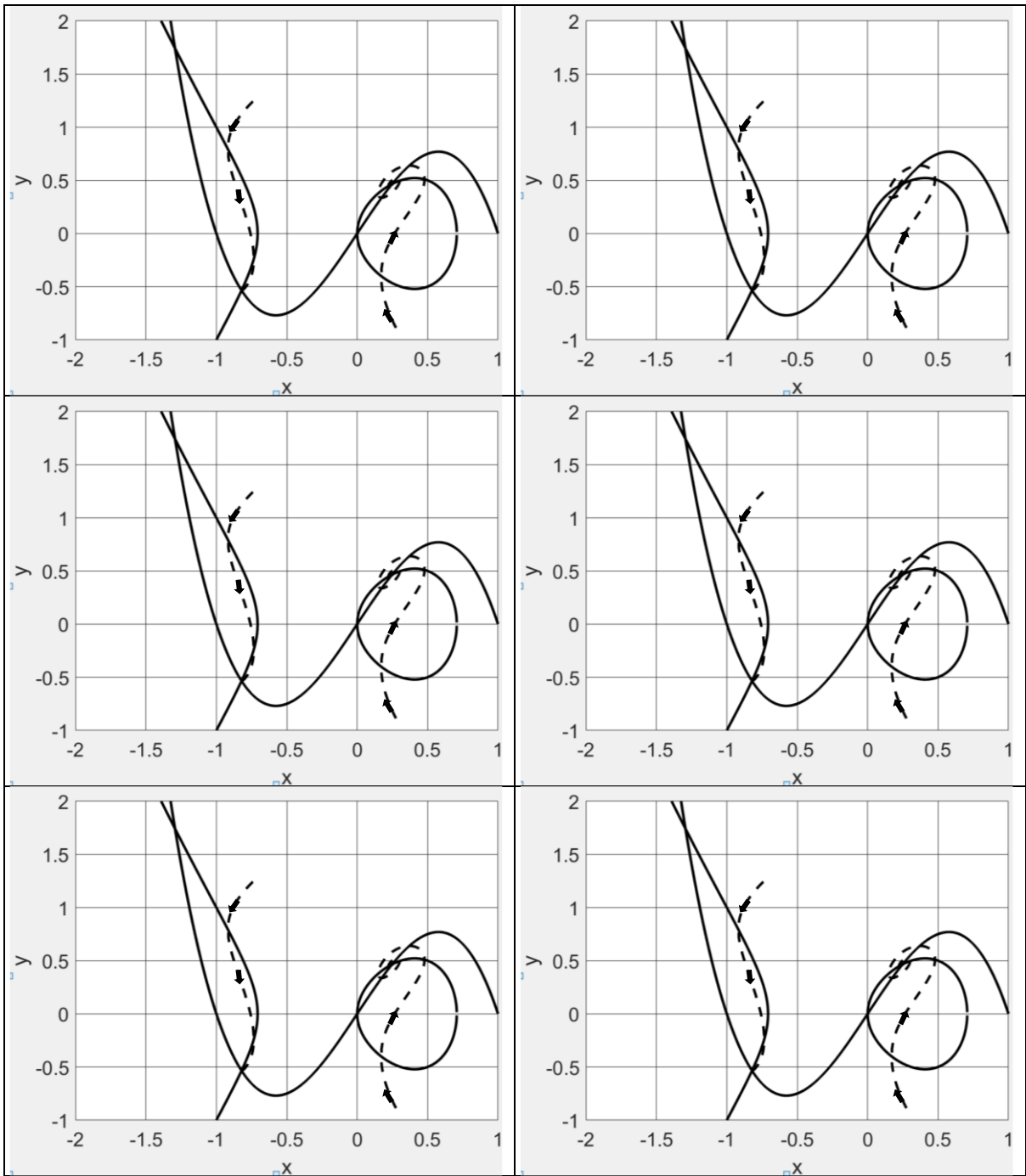


מקום לתשובה 2.4



מקום חלופי לתשובה 2.4 (צריך להיות ברור לחלוטין איפה התשובה הסופית!)

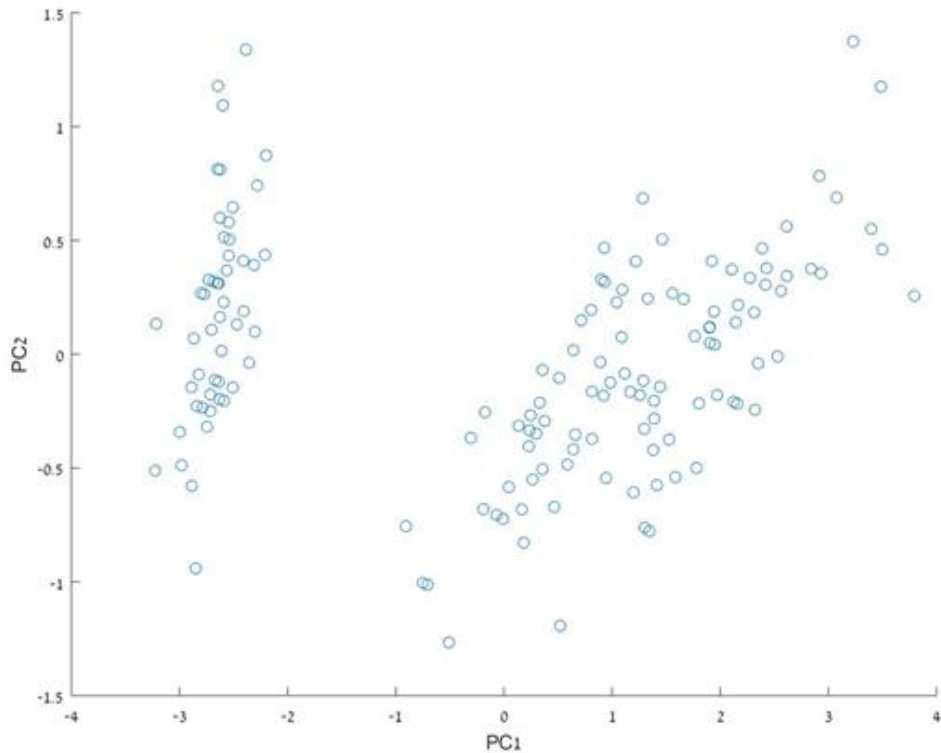




רב מימד פתוחות – 8 נק' לשאלה

שאלה פתוחה 3

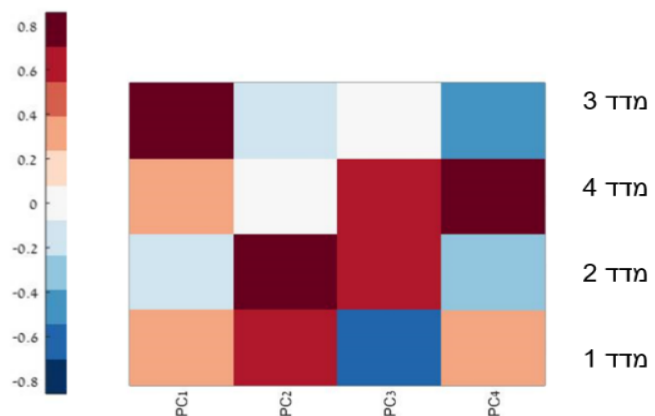
במחקר אודות חולים נמדדו ארבעה מדדים לכל אדם בקבוצה של אנשים חולים וקבוצה של אנשים בריאים (כביקורת). מטרת המחקר היתה למצוא קשר בין אחד המדדים להתקדמות המחלה. בתור התחלה שורטט PCA של כל הנתונים, תוך החלטה שלא לנרמל את המדדים לאותה הסקאלה.



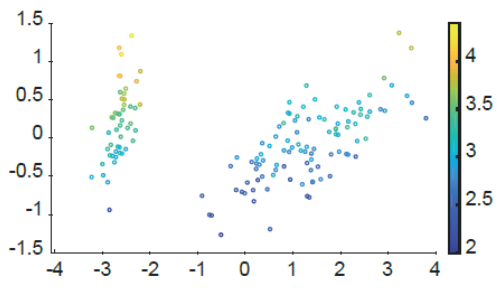
3.1 לכמה קבוצות מחולקים האנשים?

3.2 באיזה PC ניתן לראות את ההפרדה?

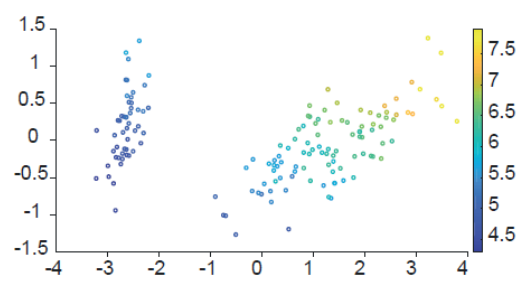
3.3 בשלב הבא שרטטו heatmap של ה-loadings של כל מדד בכל PC, ו בנוסף, על גבי שרטוט ה-scatter של ה-pca צבעו כל דוגמא לפי ערך המדד (שים לב שטווח הערכים לכל מדד שונה). תוך התייחסות גם ל HEATMAPS וגם ל SCATTER, ביחרו פרמטר אחד שהוא הכי משמעותי להפרדה לקבוצות.



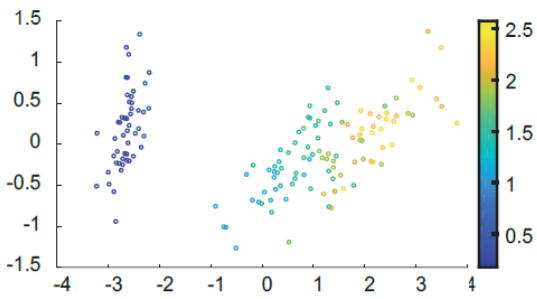
מדד 2



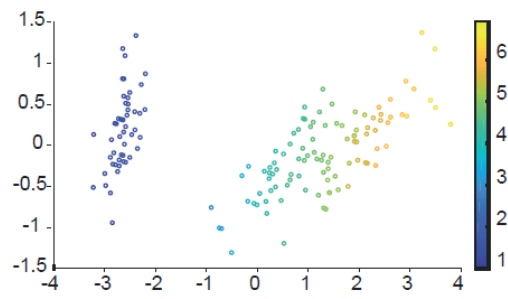
מדד 1



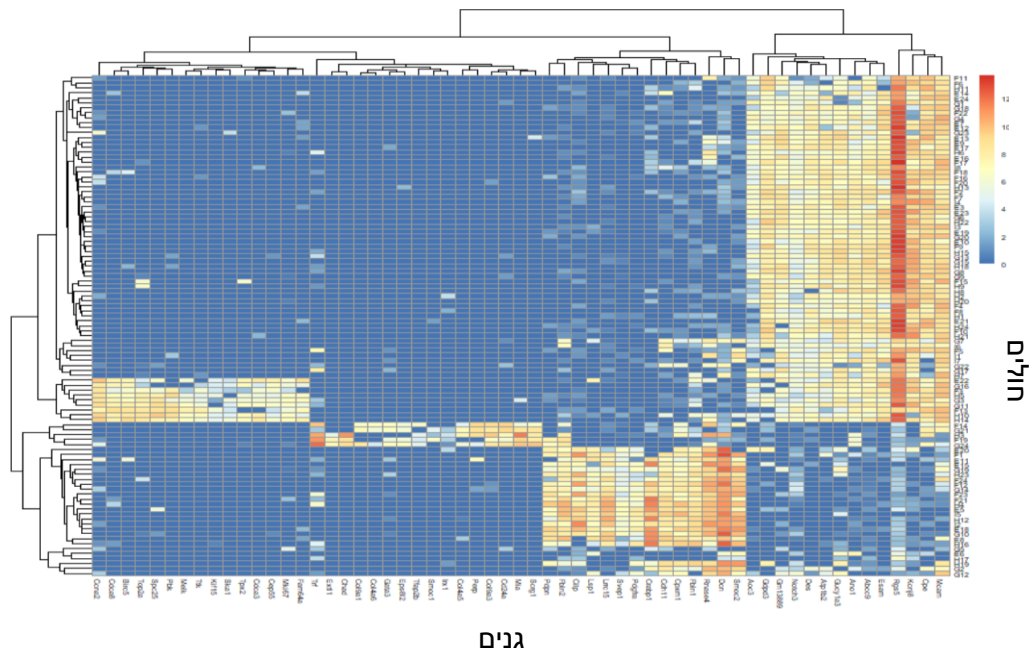
מדד 4



מדד 3



בשלב הבא, החליטו למדוד ביטוי גנים לקבוצה גדולה יותר של חולים. להלן התוצאות:



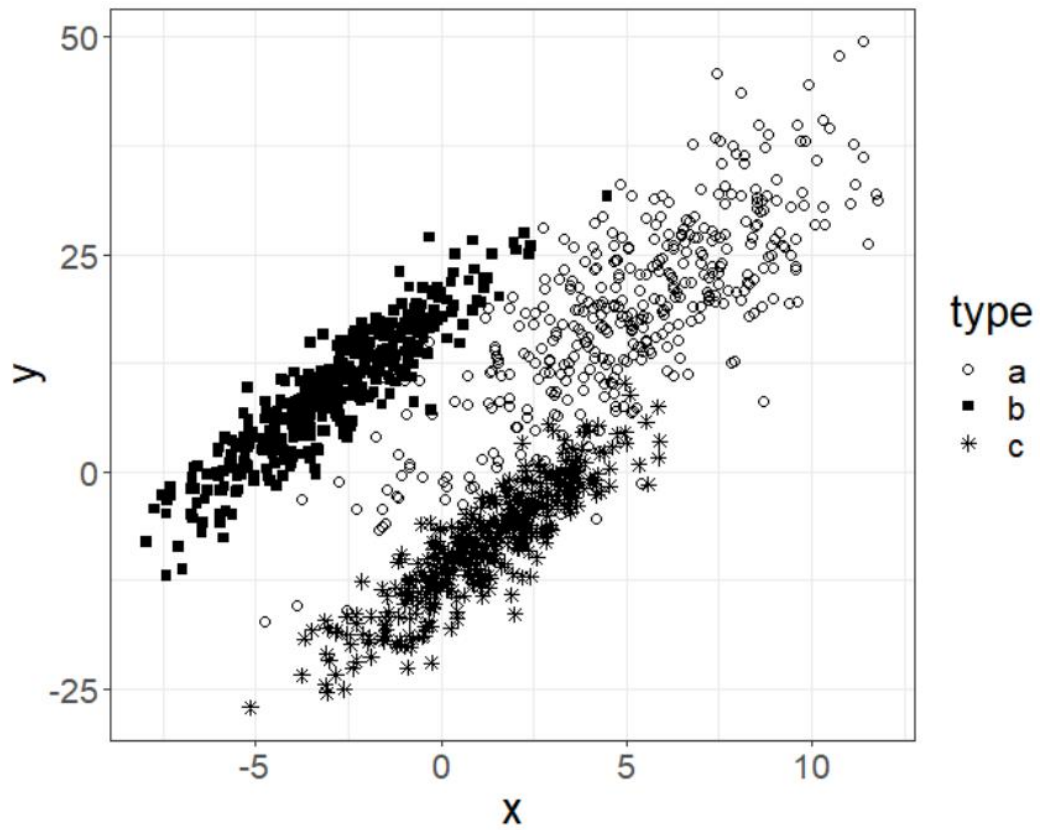
3.4 לכמה תתי קבוצות מתחלקים הפציינטים עכשיו?

3.5 על פי הנתונים הקיימים, מה המספר המינימלי של גנים שנדרשים על מנת לסווג פציינט חדש לאחת מהקבוצות הנ"ל ברמת בטחון סבירה?

3.6 האם יש סיבה למדוד יותר מהמספר המינימלי של הגנים שהזכרו בשאלה הקודמת? הסבירו.

שאלה פתוחה 4

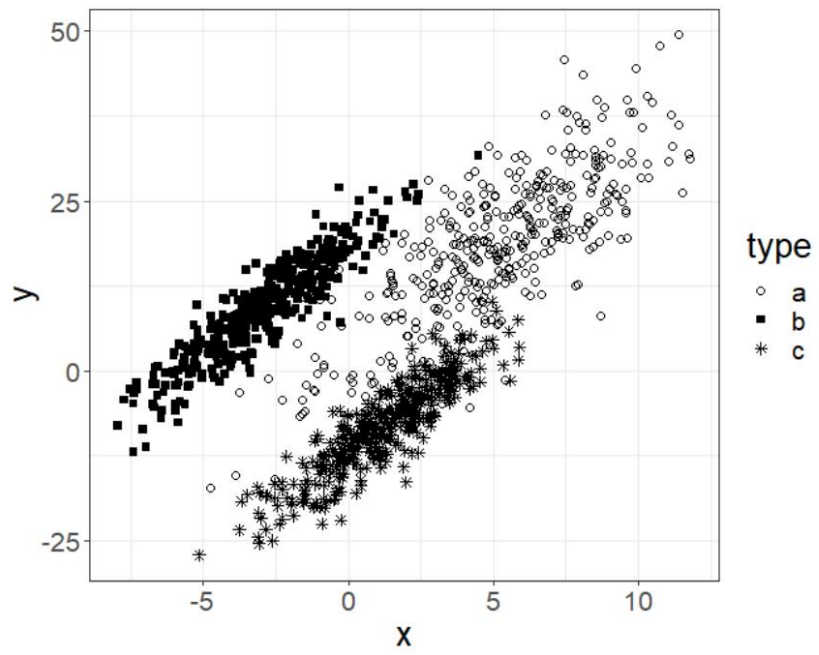
בגרף משורטטות 3 קבוצות על פי מדידות של 2 פרמטרים (עיגול, ריבוע. כוכב).



4.1 האם בעזרת k-means ומרחק אוקלידי הייתם מצליחים להפריד בין הקבוצות? הסבירו איפה יתכן ויהיה קושי.

4.2 כיצד צפויה להשתנות ההפרדה בין הקבוצות בעזרת k-means אם נעלה את המרחק האוקלידי בריבוע לפני ביצוע האשכול? מדוע?

4.3 שרטטו על גבי הגרף הבא איפה יעבור PC1 ו- PC2 באנליזת PCA. סמנו את הצירים.



4.4 איזה מה- PCs ששרטטתם בסעיף הקודם יכול לשמש להפרדה בין הקבוצות.