

דינמיות פתוחות – 16 נק' לשאלה

תשובות על הטופס בלבד. מחברת הבחינה היא טיוטה

בכל סעיף יש להראות את כל החישובים שנחוצים כדי להגיע לתשובה הסופית.  
אין להראות חישובים שלא נחוצים (אפשר לרשום אותם על טיוטה כמובן).  
יש לוודא כי התשובה הסופית כתובה באופן ברור לגמרי.

1.

נתונה מערכת דינמית:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x^3 + 3x - y \\ \frac{dy}{dt} &= -(x + y)\end{aligned}$$

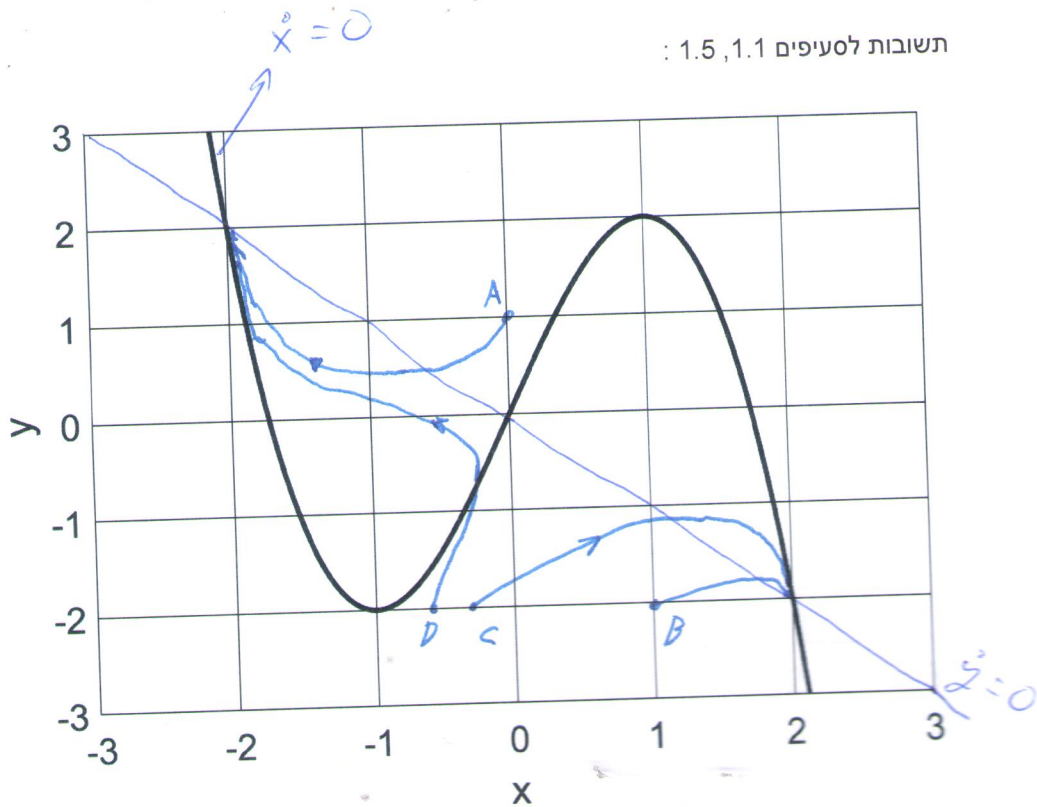
כמו כן נתונות הנקודות הבאות:

$$A = (0,1), B = (1,-2), C = (-0.4,-2), D = (-0.6,-2)$$

- יש מקום בהמשך לכל החישובים.
  - יש מערכת צירים כדי לרשום בה את התשובה, ועוד אחת נוספת למקרה שצריך לתקן.
  - יש מערכות צירים נוספות בתור טיוטה.
- 1.1 ציירו את עקומי-האפס של המערכת (אחד מהם כבר מופיע). יש לציין בבירור לאיזה משתנה שייך כל עקום אפס.
  - 1.2 מצאו את כל נקודות השבת של המערכת.
  - 1.3 בצעו לינאריזציה לנקודת השבת שנמצאת ליד נקודה A. מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
  - 1.4 בצעו לינאריזציה לנקודת השבת שנמצאת ליד נקודה B. מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
  - 1.5 נתון כי המסלולים שמתחילים בנקודות C, D לא מסתיימים באותו מקום. ציירו את ארבעת המסלולים שמתחילים בנקודות D, C, B, A. יש לצייר עד הגעה לגבולות מערכת הצירים, או עד הגעה לנקודת שבת יציבה.

המשך שאלה פתוחה 1

תשובות לסעיפים 1.1, 1.5 :



$$-(x+y) = 0 \Rightarrow y = -x$$

$$y\dot{x} = 0$$

1.1

$$-x^3 + 3x - y = 0 \Rightarrow y = -x^3 + 3x$$

$$x\dot{y} = 0$$

$$-x^3 + 3x + x = 0$$

$$-x^3 + 4x = 0 \begin{cases} \rightarrow x=0 \\ \rightarrow x^2=4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

1.2

$$(0, 0) \quad (-2, 2) \quad (2, -2)$$

המשך שאלה פתוחה 1

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(x,z)} = \begin{pmatrix} -3x^2 + 3 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Bigg|_{(0,0)} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad : A \quad 3 \cdot 3 \quad (1.3)$$

$$\Delta = -3 - 1 = -4$$

$$\sigma = 2$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} [2 \pm \sqrt{4 + 16}] \rightarrow \begin{array}{l} 1 + \sqrt{5} > 0 \\ 1 - \sqrt{5} < 0 \end{array} \quad \delta > 16$$

$$(2, -2) \quad : B \quad 3 \cdot 3 \quad (1.4)$$

$$\begin{pmatrix} -9 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \Delta = 8$$

$$\sigma = -10$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} [-10 \pm \sqrt{100 - 32}] \rightarrow \begin{array}{l} -5 + \sqrt{17} < 0 \quad \rightarrow 1.3 \\ -5 - \sqrt{17} < 0 \quad \rightarrow 2.3 \end{array}$$

שאלה פתוחה 2

נתונה מערכת דינמית:


$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x - 2x^3 - y^2 \\ \frac{dy}{dt} &= \epsilon(2x - 2x^3 - y) \\ \epsilon &= 1 \end{aligned}$$

באיור בעמוד הבא מופיעים 3 עקומים. אלו הם עקומי האפס של המערכת (שניים שייכים לאותו משתנה). כמו כן מופיעים שני מסלולים (מקווקווים עם חצים).

- יש מקום בהמשך לכל החישובים.
- יש מערכת צירים כדי לרשום בה את התשובה, ועוד אחת נוספת למקרה שצריך לתקן.
- יש מערכות צירים נוספות בתור טיוטה.

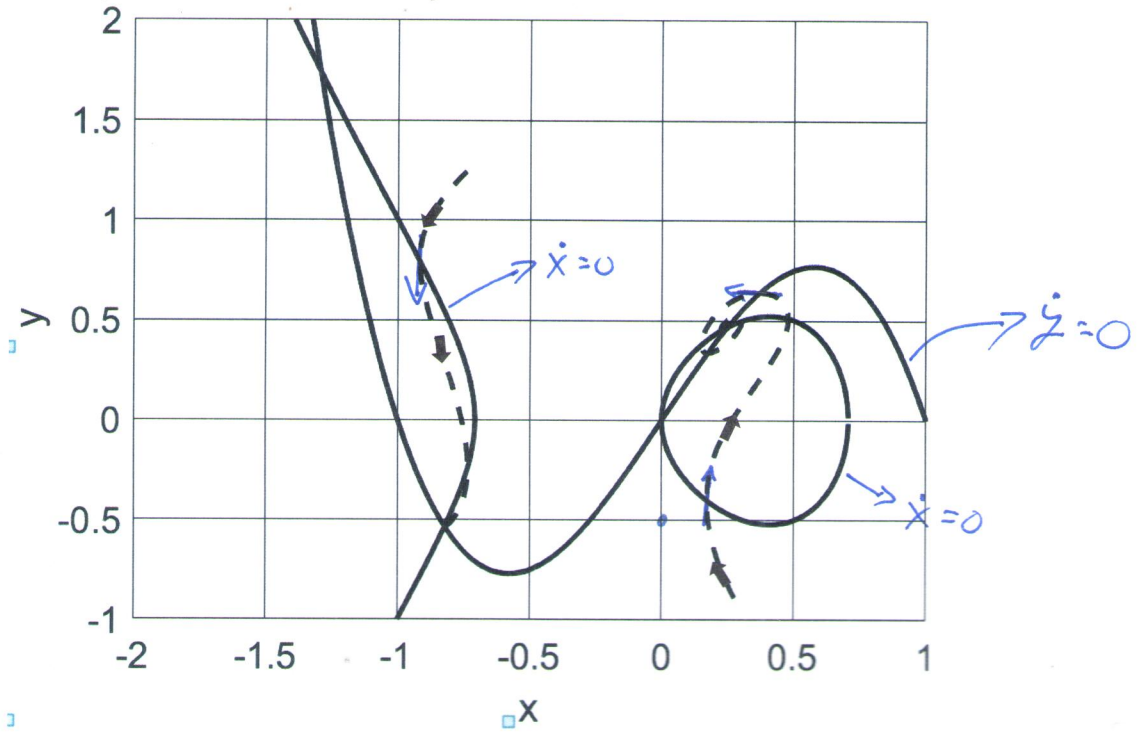
- 2.1 באיור מופיעים 3 עקומים. שייכו כל אחד מהם לאחד משני עקומי האפס.
- 2.2 בצעו לינאריזציה לנקודת השבת שנמצאת ב(0,0). מצאו את הערכים העצמיים וסווגו את נקודת השבת.
- 2.3 נתון כי מסלול התחיל בנקודה (0,-0.5). לרשותכם  $y(t)$  של אותו מסלול. ציירו את  $x(t)$ , וציירו את המסלול במרחב הפאזה.
- 2.4 כעת נתון כי  $\epsilon = 0.001$ . ציירו את המסלולים המתחילים בנקודות (1,0.25), (0,1.9)

$\dot{y} = 0 \Rightarrow y = -2x^3 + 2x \Rightarrow$   (2.1)

$\dot{x} = 0 \Rightarrow y^2 = -2x^3 + x \Rightarrow$  

ניר...  
אם...  
אם...  
אם...  
אם...

תשובה לסעיף 2.1



תשובה לסעיף 2.2

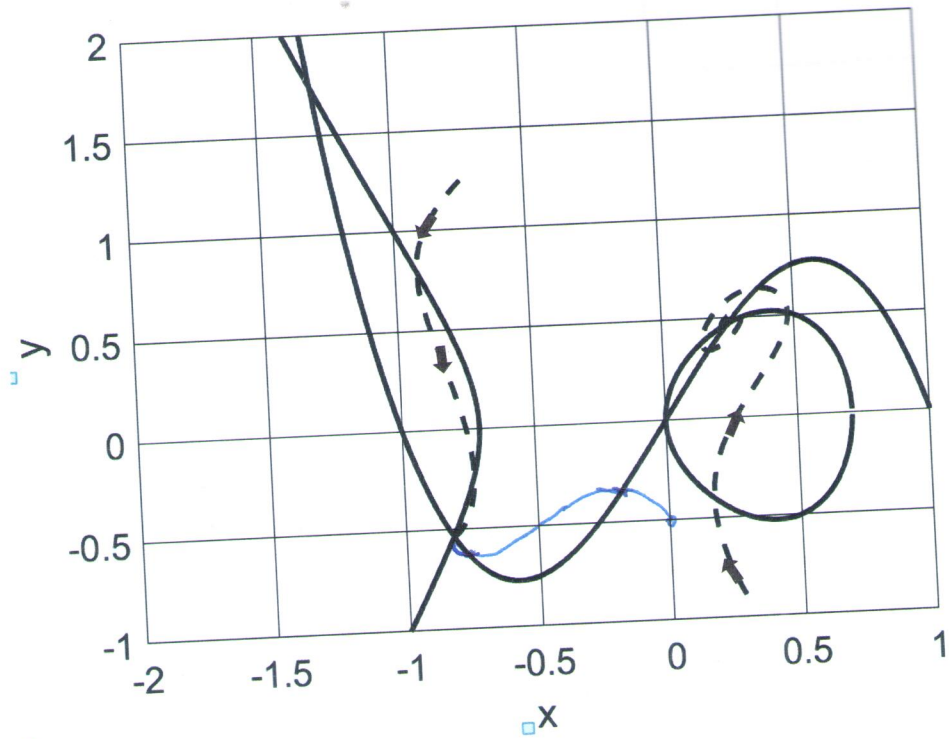
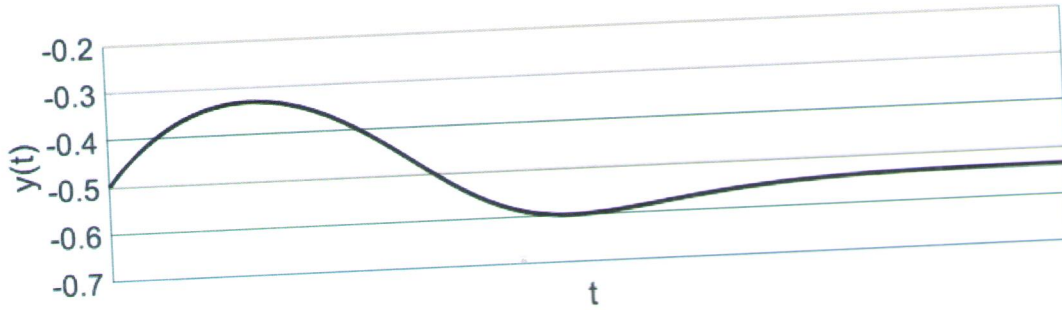
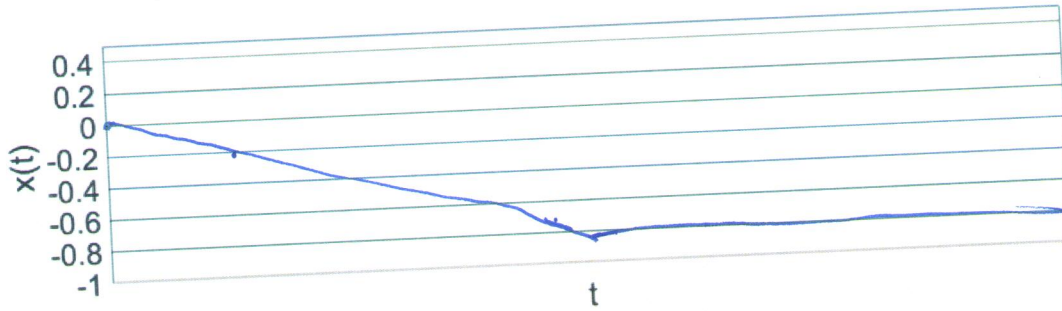
$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(x, z)} = \begin{pmatrix} -6x^2 + 1 & -2z \\ -6x^2 + 2 & -1 \end{pmatrix}$$

המשך מקום לתשובה 2.2

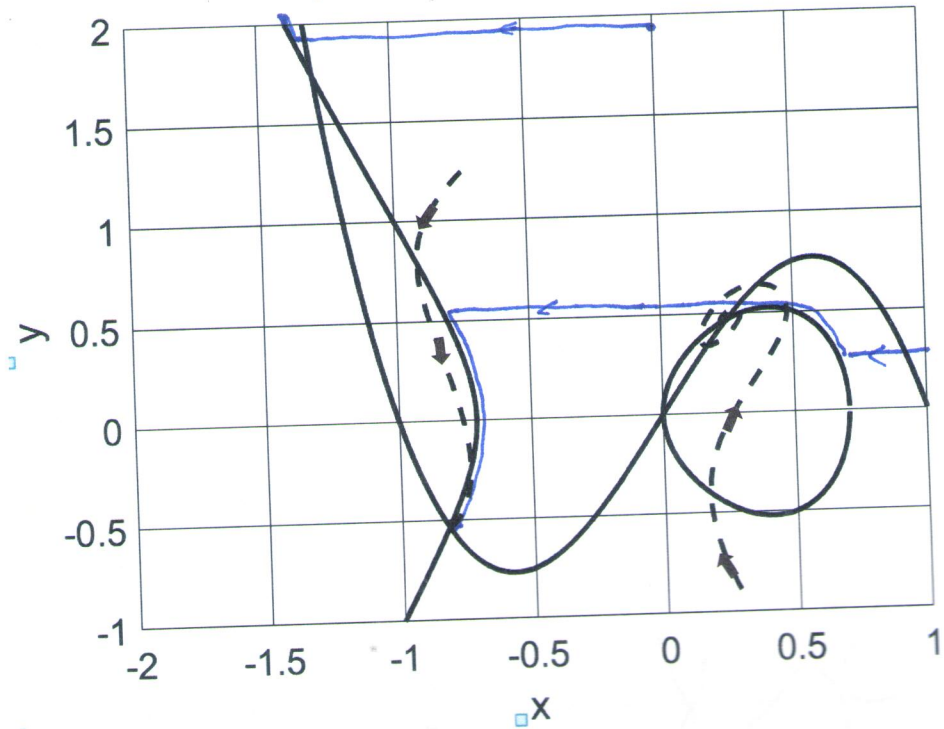
$$(0, 0) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \Delta = -1 \\ \hat{c} = 0$$

$$\lambda = \frac{1}{2} [0 \pm \sqrt{4}] \rightarrow \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \quad \text{סוג 1}$$

מקום לתשובה 2.3



מקום לתשובה 2.4



מקום חלופי לתשובה 2.4 (צריך להיות ברור לחלוטין איפה התשובה הסופית!)

