



אותות ומערכות ב' - מועד ב' תשע"ח 3.10.18

גרסה מספר: 32845698

שם הסטודנט _____

ת.ז. _____

סטודנט/ית יקר/ה,

המבחן כולל: 17 שאלות אמריקאיות ו- 4 שאלות פתוחות

ניקוד: 4 נקודות לכל שאלה אמריקאית, 8 שאלות לכל שאלה פתוחה

חומר עזר: מחשבון

יש לענות על השאלות הפתוחות על גבי טופס המבחן בלבד. את מחברות הטיוטה לא מגישים, ואין להן כל תוקף לבדיקת המבחן או לערעור.

אנא קרא/י בתשומת לב את ההוראות:

- הדבק/י את מדבקת הברקוד במקום המיועד לכך. (במידה ואין בידך מדבקה אנא רשום את מספר ת.ז. במקום המיועד)
- יש למלא את טופס התשובות בעט כדורי בלבד על ידי סימון ברור!
- יש לסמן תשובה אחת בלבד, סימון שתי תשובות כנכונות תחשב כשגיאה גם אם אחת מהן נכונה.
- בכל מקרה של אי התאמה בין טופס הקידוד לסימון בשאלון הבחינה - טופס הקידוד הוא הקובע.

משך הבחינה: 3 שעות

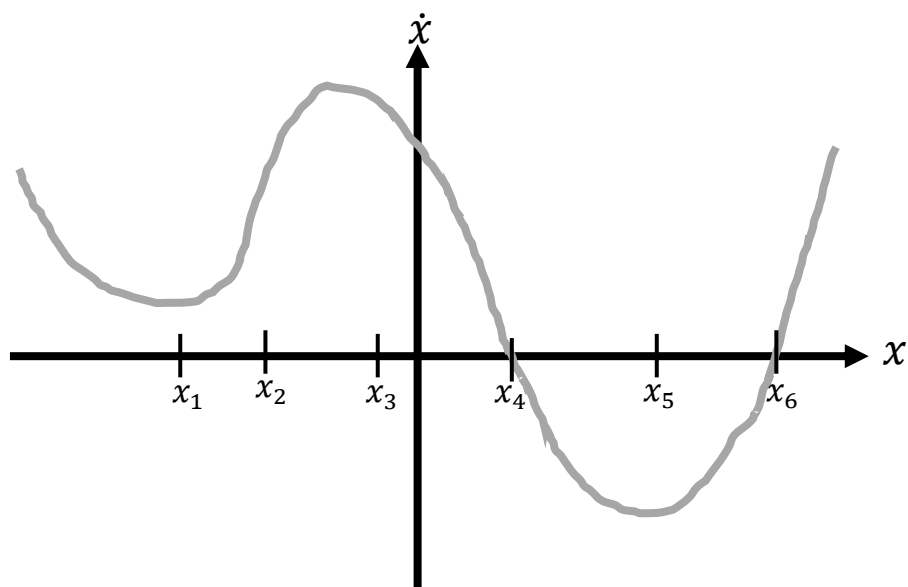
ב ה צ ל ח ה !!!

אני (שם ומשפחה) _____ ת.ז. _____ נבחן/ת בבחינה זו, מצהיר/ה כי לא אעתיק ולא אשתמש באמצעים המנוגדים לטוהר הבחינות בטכניון.

חתימה _____

1.

דינמיקה של מערכת מתוארת ע"י הגרף הבא:



קבעו את המקום שאליו תתכנס המערכת לאחר זמן רב, תחת תנאי ההתחלה הבאים:

$x(t = 0) = x_2$ A

$x(t = 0) = x_3$ B

- א. תחת שני תנאי ההתחלה המערכת תשאף ל $x = -\infty$.
- ב. תחת תנאי התחלה A המערכת תתכנס ל $x = x_1$. תחת תנאי התחלה B המערכת תתכנס ל $x = x_5$.
- ג. תחת שני תנאי ההתחלה המערכת תתכנס ל $x = x_4$.
- ד. תחת שני תנאי ההתחלה המערכת תתכנס ל $x = x_6$.
- ה. תחת תנאי התחלה A המערכת תשאף ל $x = -\infty$. תחת תנאי התחלה B המערכת תשאף ל $x = \infty$.

2.

נתונה המערכת הדינמית הבאה:

$$\dot{x} = x^3 - 4x - 1$$

$$x(0) = 0$$

חשבו את $x(3)$ באמצעות פתרון נומרי, עם $\Delta t = 1$

תזכורת: עבור $\dot{x} = f(x)$, חישוב נומרי מתבצע באמצעות $x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot f(x(t))$.

1. -3

2. -1

3. 17

4. 47

5. אף תשובה איננה נכונה.

3

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} a & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x$$
 נתונה המערכת הדינמית

עבור אילו ערכים של a תהיה למערכת ספירלה לא יציבה במרחב הפאזה?

א. $a < -4$

ב. $-3 < a < -1$

ג. $-1 < a < 5$

ד. $-4 < a < -3$

ה. אין a כזה

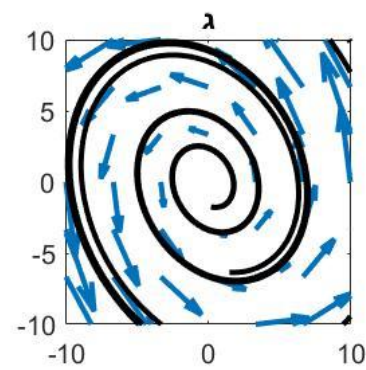
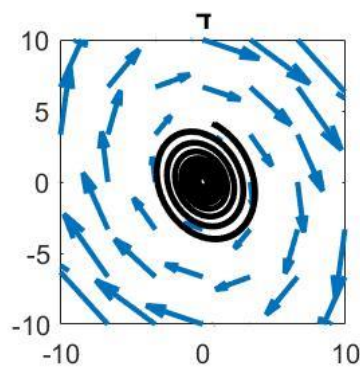
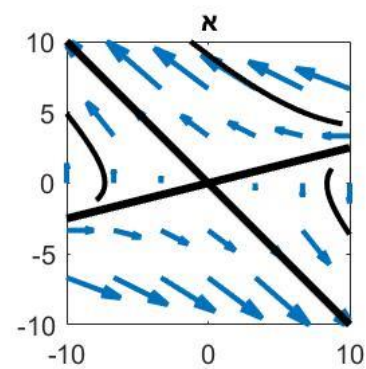
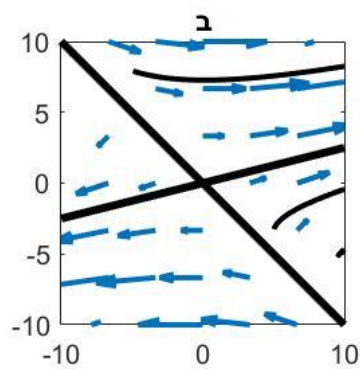
נתונה מערכת דינמית דו מימדית

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x$$

כמו כן, ידוע כי $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ הוא וקטור עצמי של המטריצה.

איזה מהאיורים הבאים של מסלולים במרחב הפאזה מתאר את המערכת?

(למען הסר ספק, ג – מתבדר, ד – מתכנס)



מהו זמן המחזור של המערכת המתוארת על ידי המשוואה הבאה?

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 0$$

א. $\frac{3\pi}{2}$

ב. π

ג. $\frac{\pi}{3}$

ד. 2π

חיידיק שנמצא באוויר מדביק תאי עור וגורם להגובה דלקתית שבעקבותיה מופרשים פפטידים אנטי-דלקתיים לעור אשר הורגים את החיידיקים.

נסמן ב

B - מספר החיידיקים בעור

P - ריכוז הפפטידים האנטי-דלקתיים

λ - מספר החיידיקים העוברים מהאוויר לעור ביחידת זמן

נתון ש $\sigma, \gamma > 0$

ידוע כי קצב ההתרבות של החיידיקים על העור קטן כאשר החיידיקיים מגיעים למספר גדול בגלל צפיפותם הגדולה והמוגבלות של מקור המזון.

מהי המשוואה המתארת את הדינמיקה של מספר החיידיקים בעור (B) ?

א. $\frac{dB}{dt} = \lambda + B - \gamma BP$

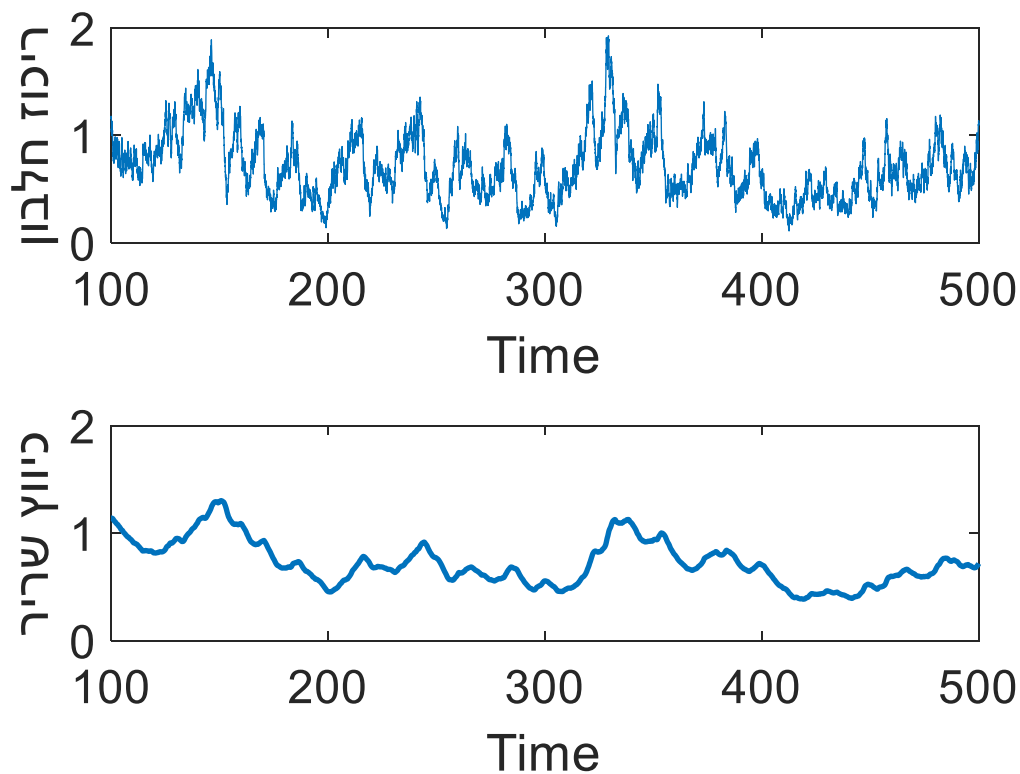
ב. $\frac{dB}{dt} = \lambda + B(\sigma - B) - \gamma BP$

ג. $\frac{dB}{dt} = \lambda B + B(\sigma - B) - \gamma BP$

ד. $\frac{dB}{dt} = \lambda - B(\sigma - B) + \gamma BP$

ה. $\frac{dB}{dt} = \lambda B - B + \gamma BP$

חוקר מבצע ניסוי במעבדה שבו הוא מודד ריכוז חלבון מסוים בתאי שריר, ואת כיווץ השריר לאורך זמן ומקבל את התוצאה הבאה:



ידוע כי השריר מתכווץ כתוצאה מנוכחות החלבון לפי המשוואה הבאה:

$$\tau \frac{dx}{dt} = -x + u(t)$$

כאשר x מייצג את כיווץ השריר, ו $u(t)$ מייצג את ריכוז החלבון.

מהו הערך של τ ?

- א. $\tau = 1$
- ב. $\tau = 10$
- ג. $\tau = 100$
- ד. $\tau = 1000$
- ה. $\tau = 10000$

8

נתונה המטריצה :

$$A = \begin{pmatrix} a & 10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

מהו הערך של a שעבורו הסכום של הערכים העצמיים הוא 5?

- א. 7
- ב. -8
- ג. 2
- ד. -10
- ה. 4

9

נתון:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 4x - 8 \\ x(0) &= -2 \end{aligned}$$

מהו הפתרון האנליטי?

- א. $x(t) = -2e^{4t}$
- ב. $x(t) = -2 + 4e^{-8t}$
- ג. $x(t) = 2 + 4e^{4t}$
- ד. $x(t) = -2e^{-8t}$
- ה. $x(t) = 2 - 4e^{4t}$

10. איזה מהמשפטים הבאים נכון?

- א. בתיקון בונפרוני מחלקים את רמת המובהקות α במספר הדוגמאות.
 - ב. תיקון בונפרוני מוריד את השגיאה מסוג I והשגיאה מסוג II.
 - ג. תיקון בונפרוני מוריד שגיאה מסוג I אבל מעלה שגיאה מסוג II.
 - ד. ב FDR משערכים את השגיאה מסוג I ע"י ערבול המימדים.
- ה. כשמבצעים הרבה מבחני בדיקת השערות, רמת המובהקות הכללית נשארת זהה לרמת המובהקות של כל מבחן בנפרד.

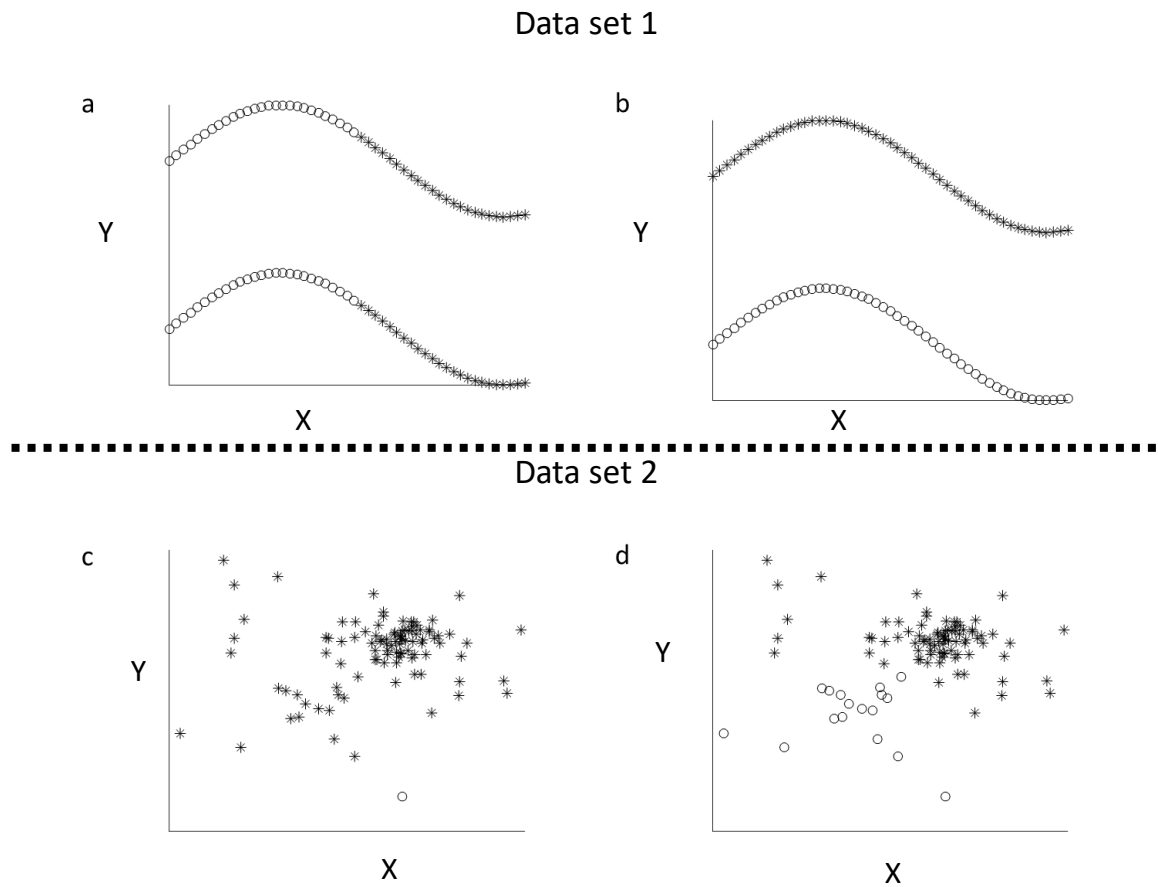
11. ערכנו השוואה בביטוי של שלושה גנים A, B, C ב-100 אנשים שונים:

קורילצית פירסון בערך מוחלט בין A ל B היא 1, קורילצית פירסון בין A ל C היא 0.8.

איזה מהמשפטים הבאים נכון?

- א. קורילצית פירסון בין B ל C שווה ל 0.8.
- ב. קורילצית ספירמן בין A ל B שווה או יותר גדולה מקורילצית ספירמן בין A ל C.
- ג. המרחק האוקלידי בין A ל B יותר קטן מהמרחק האוקלידי בין A ל C.
- ד. קורילצית פירסון בערך מוחלט בין B ל C קטנה מ-0.9.

12. נתונים שני סטים של נתונים (Dataset 1 and Dataset 2) בהן כל דוגמה נמדדה בשני ממדים $(Y-X)$:



כל סט נתונים נותח פעמיים, בכל פעם ע"י אנליזת אשכול כלשהיא ממנה התקבלה חלוקה לשתי קבוצות (מסומנות על ידי עיגולים וכוכבים באיורים).

סמנו את המשפט הנכון ביותר:

- א. a ו d יכולים להתקבל אך ורק ע"י kmeans בעוד ש b ו c יכולים להתקבל אך ורק ע"י אשכול הררכי.
- ב. a ו d שיטת חיבור המדידות היא complete linkage בעוד ש b ו c שיטת החיבור היא single linkage.
- ג. a ו d שיטת חיבור המדידות היא single linkage בעוד ש b ו c שיטת החיבור היא complete linkage.
- ד. a ו c שיטת חיבור המדידות היא complete linkage בעוד ש b ו d שיטת החיבור היא single linkage.
- ה. a ו d יכולים להתקבל אך ורק ע"י אשכול הררכי בעוד ש b ו c יכולים להתקבל אך ורק ע"י kmeans.

13. לפניכם נתונים של שלוש נקודות a,b,c במישור x-y , כאשר לכל נקודה נתון גם תיג התחלתי המחלק את הנקודות ל- 2 קבוצות.

	a	b	c
(x,y)	(8,3)	(5,5)	(2,4.5)
תיג התחלתי	1	2	1

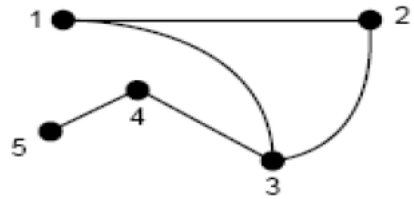
בצעו אלגוריתם kmeans עבור תנאי ההתחלה הנתון, וקבעו איזו נקודה נשארת לבד לבד בקבוצה. תנאי העצירה הוא כאשר אף נקודה לא מחליפה תיג יותר.

1. נקודה a
2. נקודה b
3. נקודה c
4. אף נקודה לא נשארת לבד
5. אי אפשר לדעת מהנתונים

14. לאחר הבחינה בקורס אותות ב', המרצה האחראי הבחין בהבדל מובהק בהישגי הסטודנטים בין השאלות בבחינה העוסקות במערכות דינמיות (שאלות 1-10) ובין השאלות העוסקות בניתוח רב-מימדי (שאלות 11-20). המרצה האחראי היה על סף הסקת מסקנות אישיות, אלא שאז עלה על דעתו שיייתכן שמדובר בטעות מסוג ראשון (false positive) או במובהקות בהבדל בציונים, שאיננה קשורה ליכולתו כמורה. כיצד יוכל בעזרת שחלופים (פרמוטציות) אקראיים לקבל הערכה למצב זה?

1. מספרי הזהות של הסטודנטים
2. סדר השאלות
3. מספרי המסיחים בכל שאלה
4. גם את מספרי הזהות של הסטודנטים וגם את סדר השאלות
5. אף שחלוף מהנ"ל לא יכול לשמש כדי להעריך את הסיכוי לטעות מסוג ראשון.

15. איזה מהמטריצות קורלציה יכולות לתאר את הגרף הבא בהנתן ערך סף של 0.7?



א.

0	0.786	0.924	0.444	0.231
0.786	0	0.744	0.567	0.423
0.924	0.744	0	0.876	0.427
0.444	0.567	0.876	0	0.899
0.231	0.423	0.427	0.899	0

ב.

0	0.222	0.654	0.333	0.231
0.222	0	0.321	0.567	0.423
0.654	0.321	0	0.876	0.427
0.444	0.567	0.876	0	0.899
0.231	0.423	0.427	0.899	0

ג.

0	0.786	0.924	0.682	0.245
0.786	0	0.744	0.567	0.423
0.924	0.744	0	0.876	0.745
0.682	0.567	0.876	0	0.899
0.245	0.423	0.745	0.876	0

ד.

0	0.786	0.924	0.748	0.978
0.786	0	0.744	0.567	0.423
0.924	0.744	0	0.876	0.427
0.748	0.567	0.876	0	0.899
0.978	0.423	0.427	0.876	0

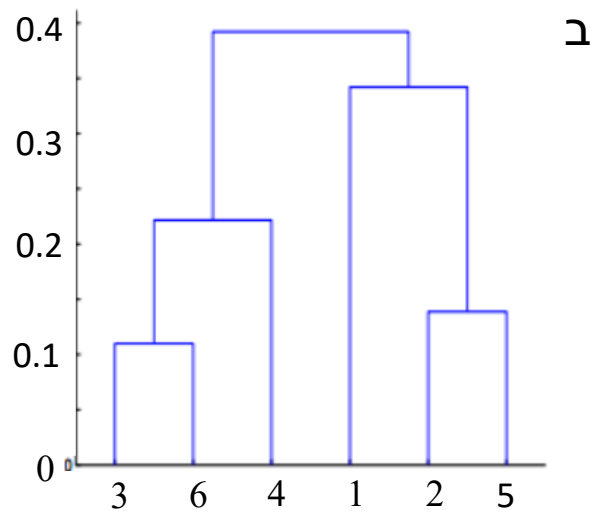
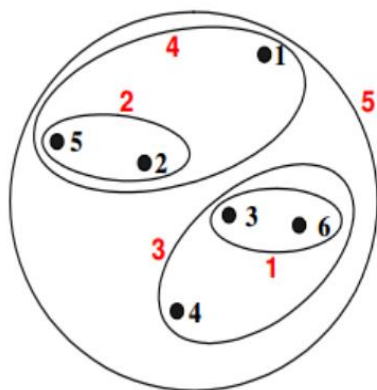
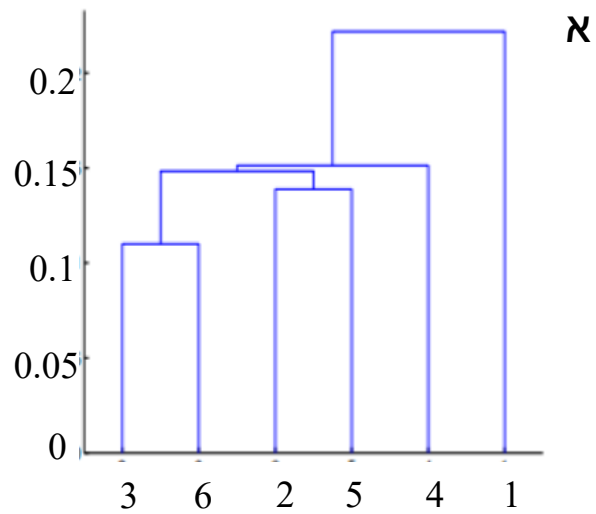
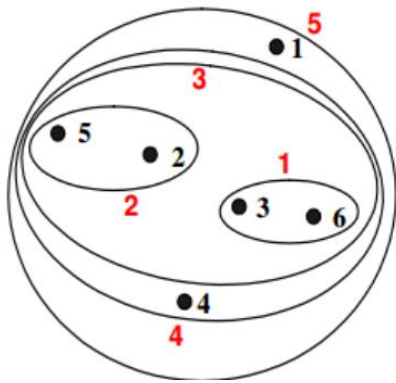
16. לפניכם קואורדינטות של 6 נקודות, וכן המרחקים ביניהן. איזה מהנדנדורגמות הבאות מייצגות hierarchical clustering לפי complete linkage?

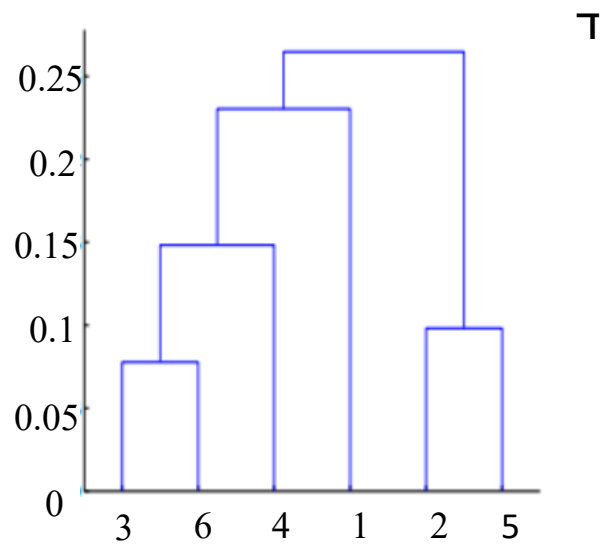
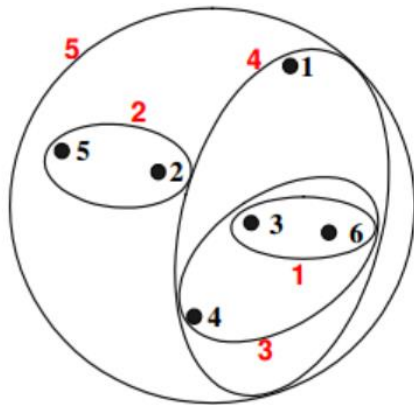
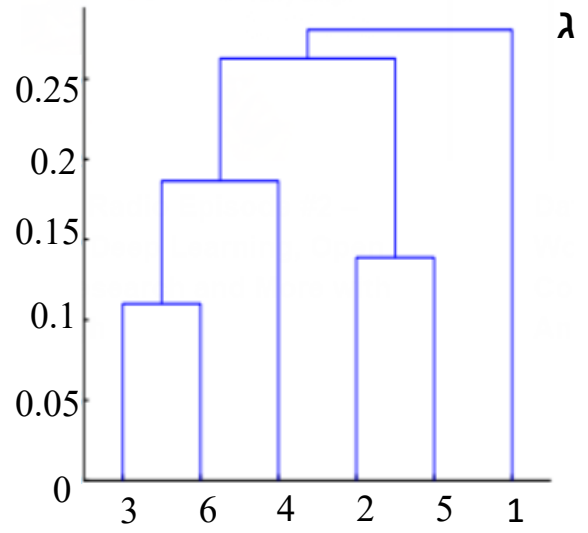
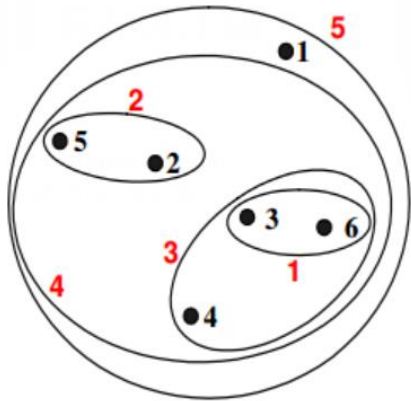
point	x coordinate	y coordinate
p1	0.4005	0.5306
p2	0.2148	0.3854
p3	0.3457	0.3156
p4	0.2652	0.1875
p5	0.0789	0.4139
p6	0.4548	0.3022

Table : X-Y coordinates of six points.

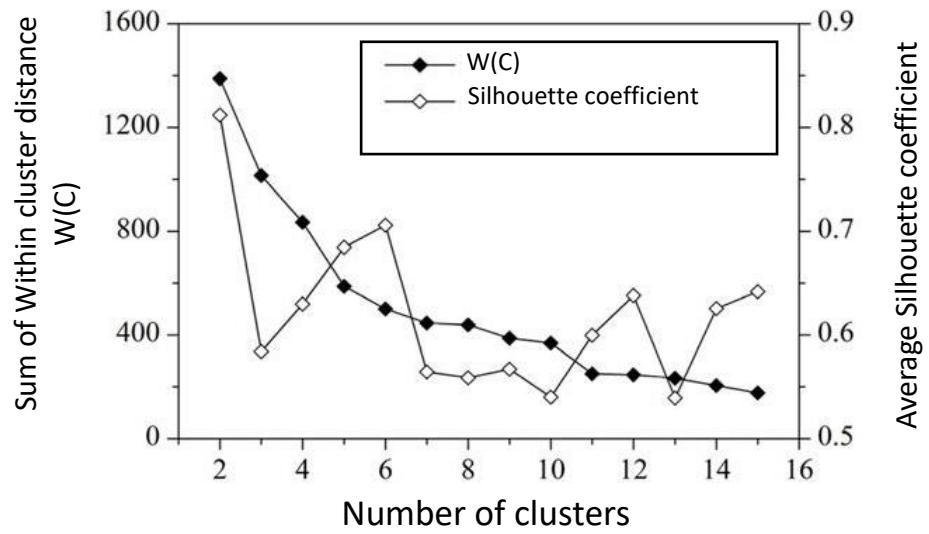
	p1	p2	p3	p4	p5	p6
p1	0.0000	0.2357	0.2218	0.3688	0.3421	0.2347
p2	0.2357	0.0000	0.1483	0.2042	0.1388	0.2540
p3	0.2218	0.1483	0.0000	0.1513	0.2843	0.1100
p4	0.3688	0.2042	0.1513	0.0000	0.2932	0.2216
p5	0.3421	0.1388	0.2843	0.2932	0.0000	0.3921
p6	0.2347	0.2540	0.1100	0.2216	0.3921	0.0000

Table : Distance Matrix for Six Points





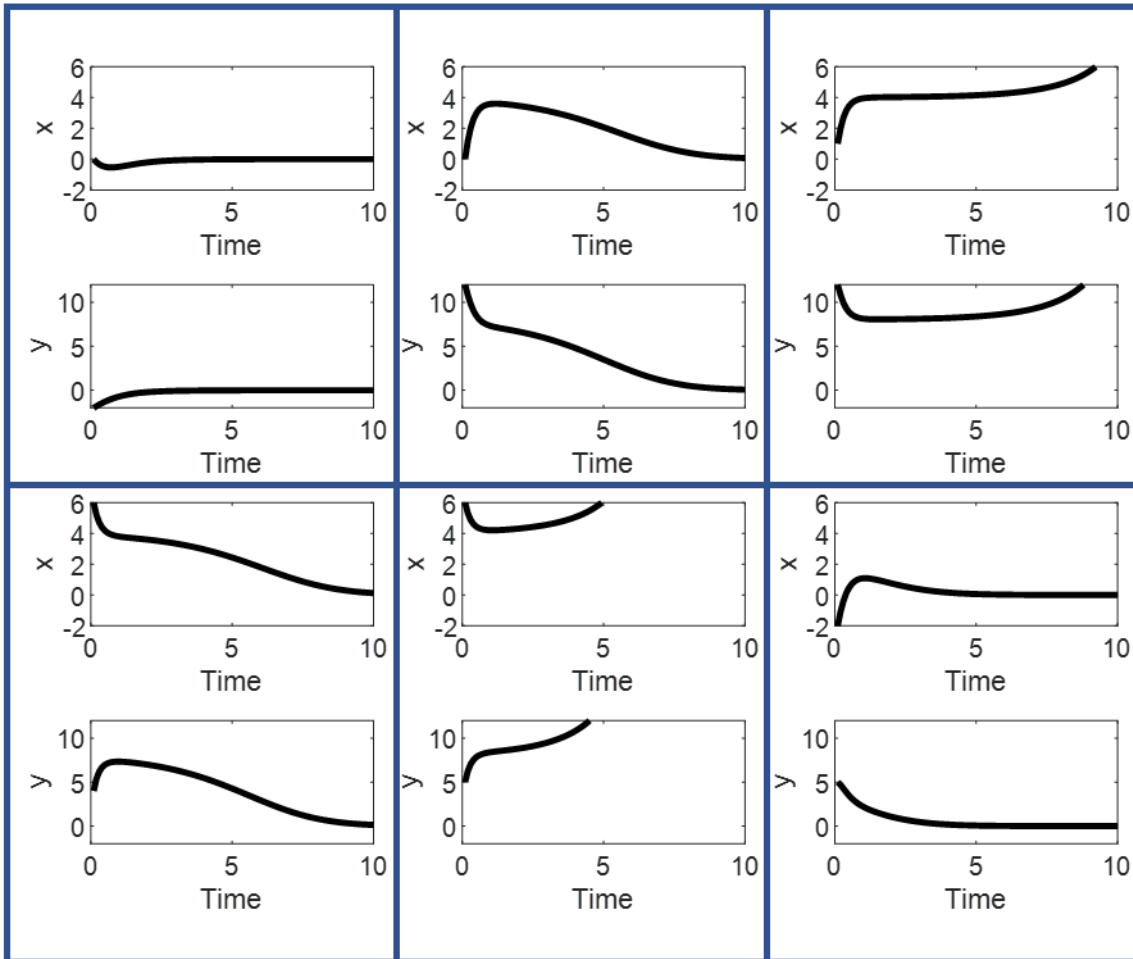
17. נתון גרף המנתח נתונים רב מימדים שעברו אשכול ע"י K-means כאשר מספר האשכולות, K, שונה. מה מספר האשכולות שהיית בוחר כך שהאשכול יהיה אופטימלי?



- א. 3
- ב. 10
- ג. 6 או 15
- ד. 12 או 11

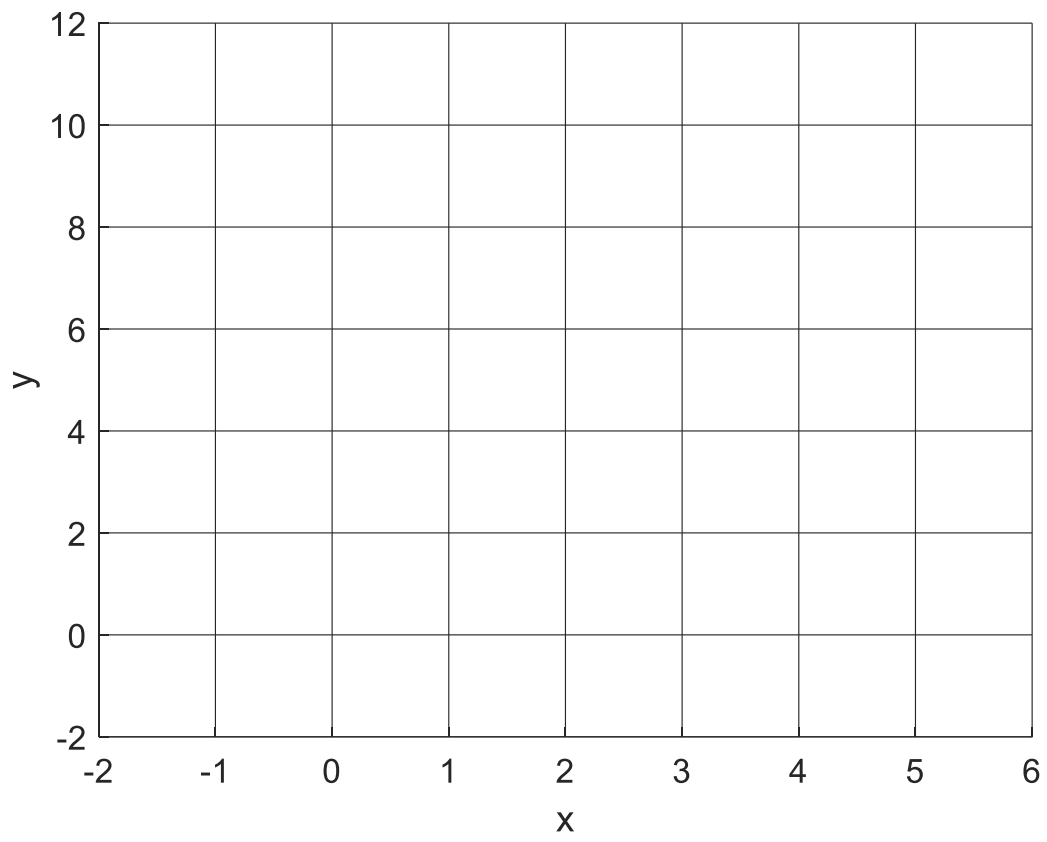
נתונה מערכת דינמית דו מימדית.

לפניכם שישה מסלולים שונים מתוך אותה מערכת דינמית. כל מלבן מכיל מסלול אחד, כאשר הגרף העליון הוא של x והגרף התחתון הוא של y .



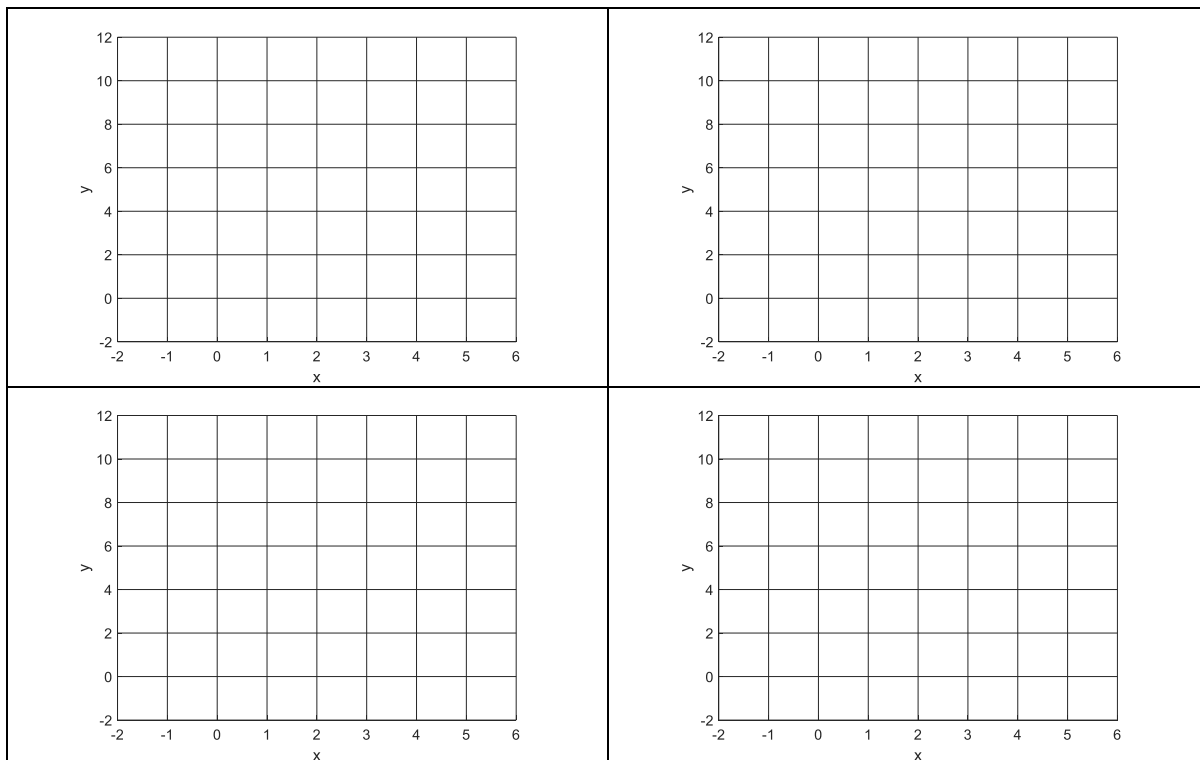
- א. בעמוד הבא יש תרשים ריק של מרחב הפאזה. ציירו את כל ששת המסלולים בתרשים זה (יש גם תרשימי טיוטה בהמשך).
- ב. רישמו את הקואורדינטות של נקודות השבת כפי שהן משתקפות מהנתונים.
- ג. לגבי כל נקודת שבת – ציינו אם יציבה או לא יציבה.

המשך שאלה פתוחה 1



המשך שאלה פתוחה 1

טיוטה

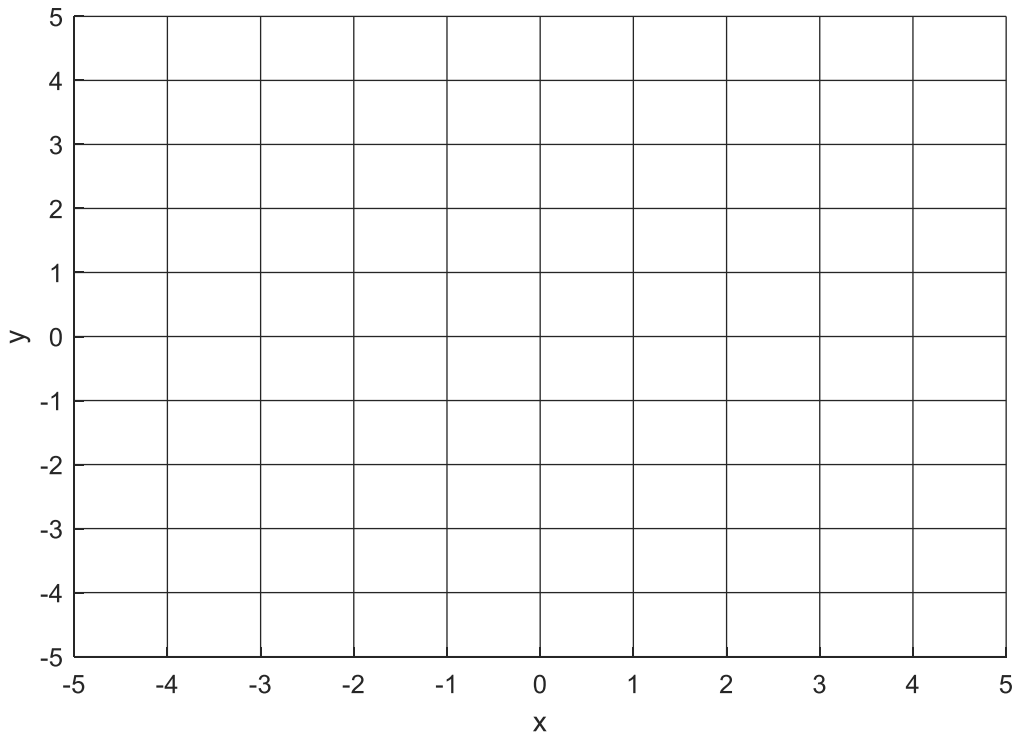


פתוחה 2

נתונה המערכת הדינמית הבאה:

$$\frac{dx}{dt} = y^2 - x^2$$

$$\frac{dy}{dt} = y - 2x + 3$$



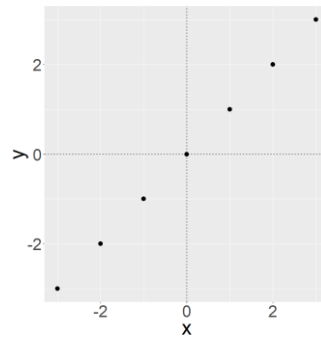
- א. רשמו את המשוואות של עקומי האפס, וציירו אותם על גבי הגרף. חשוב שיהיה ברור איזה עקום שייך לאיזה משתנה.
- ב. מצאו את כל נקודות השבת של המערכת.
- ג. עבור כל נקודת שבת, בצעו לינאריזציה. רישמו את המטריצה המתקבלת, וסווגו את נקודת שיווי המשקל.
- ד. ציירו מסלול המתחיל בנקודה $x = 4, y = 0$

המשך שאלה פתוחה 2

המשך שאלה פתוחה 2

פתוחה 3

נתונות הנקודות הבאות במרחב דו-מימדי:



א. מהו אחוז השונות בנתונים המוסבר ע"י כל ציר.

ב. חוקר ביצע PCA על הנתונים. מה יהיה אחוז השונות המוסבר ע"י כל אחד מצירי ה-PCA?

בסעיפים הבאים מפורטים שינויים ש**נוספו** לנקודות המתוארות לעיל. בכל סעיף, לאחר ביצוע השינויים החוקר ביצע PCA על הנקודות. שערכו והסבירו עבור כל סעיף מה יהיה אחוז השונות המוסבר ע"י כל אחד מצירי ה-PCA. שים לב

ג. החוקר הוסיף לנקודות הנ"ל רעש קבוע: $\varepsilon(x) = 0.01 \cdot x$.

ד. החוקר הוסיף לנקודות הנ"ל רעש קבוע: $\varepsilon(x) = 0.01 \cdot x^2$.

ה. החוקר הוסיף לנקודות הנ"ל רעש שנדגם אקראית מהתפלגות נורמלית בעלת ממוצע 0 וסטטיית תקן 100.

המשך שאלה פתוחה 3

Batch effect הינו מצב שבו יש השפעה של התהליכים הטכניים בעיבוד הדוגמאות על תוצאות הניסוי באופן סלקטיבי. למשל, שימוש בריכוז מעט יותר גבוה של ראגנט מסויים ביום א של הניסוי, בו נמדדו 10 דוגמאות, לעומת יום ב, בו נמדדו 10 דוגמאות אחרות של הניסוי.

1. הסבירו כיצד PCA יכול לעזור בקביעה האם יש batch effect עבור הניסוי הבא. הסבירו מה התוצאות הצפויות של ה- PCA במידה שיש batch effect ובמידה שאין batch effect. בניסוי נלקחו דוגמאות דם מחולים ובריאים ומדדו ביטוי גנים ב- microarrays ב-3 ימים שונים (בכל יום נמדדו 10 דוגמאות בבת אחת):

	חולים	בריאים
יום א	5 דוגמאות	5 דוגמאות
יום ב	5 דוגמאות	5 דוגמאות
יום ג	5 דוגמאות	5 דוגמאות

2. האם תמיד PCA יכול לענות על השאלה האם קיים batch effect בניסוי כלשהו? עבור כל אחד מהמקרים הבאים קבעו האם PCA יכול או לא יכול לענות על השאלה והסבירו למה:
 א) כל דוגמאות החולים נמדדו בבית חולים אחד וכל דוגמאות הבריאים נמדדו בבית חולים אחר, ורוצים לבדוק האם היה batch effect לכל מוסד (בתהליך לקיחת הדוגמאות והפקת ה- RNA שנעשה במרוכז בכל בית חולים).

ב) בית חולים אחד סיפק 7 דוגמאות של בריאים ו-7 דוגמאות של חולים ובית חולים אחר סיפק 8 דוגמאות של בריאים ו-8 דוגמאות של חולים. רוצים לבדוק האם היה batch effect לכל מוסד (בתהליך לקיחת הדוגמאות והפקת ה- RNA שנעשה במרוכז בכל בית חולים).

3. Outliers הן נקודות מידע עם ערכים קיצוניים לעומת נקודות אחרות. איך outliers ישפיעו על PCA? הסבירו 2 דרכים להתמודד עם השלכות אלה.

המשך שאלה פתוחה 4