

תשובות לשאלות סטודנטים

מבנה הבחינה

20 שאלות סגורות – 4 נקודות כל אחת

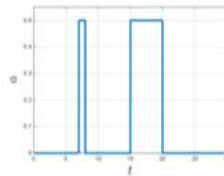
4 שאלות פתוחות – 5 נקודות כל אחת

חומר עזר: מחשבון

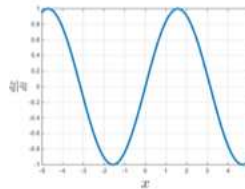
חצי מהשאלות מערכות דינמיות, חצי רב מימדי.

שאלה

מערכת לא לינארית עם קלט



• התחלנו בערך 2 ואז הפעלנו את הקלט הבא. לאן נגיע?



- A. $-\pi$
- B. -2π
- C. 0
- D. 2π
- E. π

$$\frac{dx}{dt} = \sin(x) + a(t)$$

שאלה: איך יודעים עם הקלט מספיק גבוה/רחב כדי להעביר אותנו לנקודה היציבה הבאה?

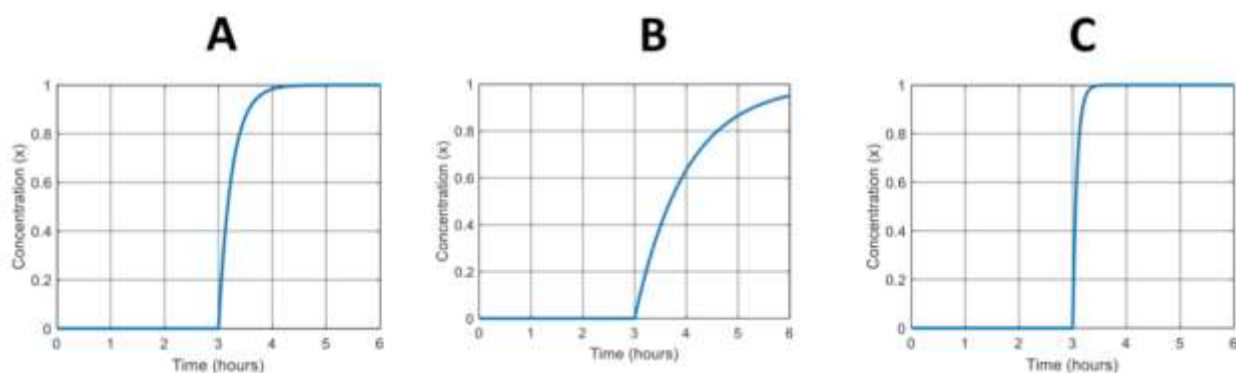
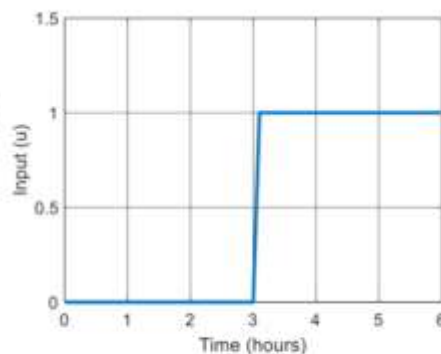
תשובה: כל עוד הקלט קטן מ-1, עדיין קיימת נקודת שיווי משקל גם בנוכחות הקלט, ולכן המערכת לא תעבור לנקודה היציבה הבאה ללא קשר לרוחב הקלט.

אם הקלט יותר גדול מ-1, אז הפתרון כבר תלוי ברוחב הקלט – ואתם לא נדרשים לדעת בדיוק מה יקרה, רק שישנה אפשרות לעבור לנקודה יציבה אחרת.

דף נוסחאות

היו בקשות להוסיף נוסחאות לדף. רוב הנוסחאות בבקשה זו כבר קיימות בצורה כמעט זהה בדף.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4x + 4u(t) \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

תשובה

הפתרון יתחיל באפס, ויגיע בסופו של דבר לאחד. השאלה היא רק כמה זמן זה יקח.

הפתרון כולל איבר מהצורה $e^{-t/\tau}$ כאשר $\tau = 1/4$

כלומר קבוע הזמן הוא $1/4$. כלומר כעבור $1/4$ נצפה ל-63% וכעבור $1/2$ נצפה ל-86%

פתרון A עונה להגדרות אלו.

ניתן גם להציב בנוסחא של הקונבולוציה (עבור $t > 3$):

$$x(t) = \int_3^t e^{-4(t-s)} 4 ds = 4e^{-4t} \int_3^t e^{4s} ds = 4e^{-4t} \left[\frac{1}{4} (e^{4t} - e^{4 \cdot 3}) \right] = 1 - e^{-4(t-3)}$$

קונבולוציה

בכל פעם שיש לי קלט תלוי זמן לא משנה מה תנאי ההתחלה שלי אני אשתמש בקונבולוציה? כי ראיתי שיש עוד דרך כלומר פתרון אנליטי.

תשובה: קונבולוציה זה פתרון אנליטי למקרה של מערכת לינארית.

אינני מצליחה לקשר בין הערך של q לבין סוג הפילטר שנעשה ואיך זה גורם לכך שהמערכת הצליחה לעקוב אחרי הקלט?

תשובה: קונבולוציה זה מסנן Low Pass. Q מגדיר את קבוע הזמן. קבוע הזמן מגדיר את התדרים שהמסנן מעביר. מכיוון ש $\tau = 1/q$, אז היחידות של q הן כמו של תדר. הבהרות: זה לא מסנן זהה בצורתו למה שראיתם בסמסטר הקודם. אבל בהחלט ניתן להבחין בין הפעולה של מסננים עם ערכי q מאוד שונים. השאלה הקודמת ($\dot{x} = -4x + 4u$) מדגימה כיצד אפשר לקשר בין ערך q לבין המהירות שבה המערכת עוקבת אחרי קלט.

שאלה: עד כמה אנו צריכים לדעת על קונבולוציה בקטע של חלוקת פונקציה רציפה של קלט למערכת דינאמית .. האם אני צריכים לדעת איך להשתמש בזה ולחשב ידנית ?

תשובה: השאלה לדוגמא שפורסמה מדגימה את סוג הדברים שצריכים לדעת לחשב, תוך שימוש בנוסחא מדף הנוסחאות.

שאלה מתי משתמשים ב $x(0)$ ומתי בתנאי התחלה אחר, למשל $x(2)$ אם הקלט התחיל בזמן $t = 2$?

תשובה נוסחת הקונבולוציה רשומה מזמן אפס. אפשר לרשום את הנוסחא מכל זמן אחר:

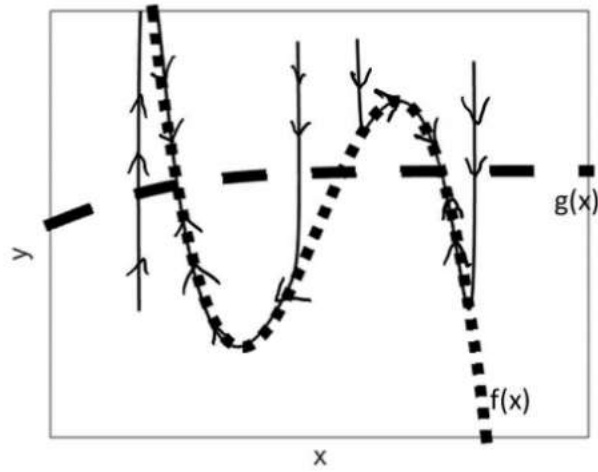
$$x(t) = x(0)e^{-qt} + \int_0^t e^{-q(t-s)}u(s)ds$$

$$x(t) = x(t_1)e^{-qt} + \int_{t_1}^t e^{-q(t-s)}u(s)ds$$

אם למשל יש קלט רק בין זמנים 2 ל 3, אז אפשר להשתמש בנוסחא העליונה, ואז האינטגרל יתאפס פרט לאיפה שיש קלט.

אפשר גם להשתמש בנוסחא התחתונה אם יודעים מה הערך של X בזמן 2 ואז לקחת $t_1 = 2$

שאלה מתוך מבחן



הקווים השחורים עם החצים מייצגים מסלולים שונים.
 הקווים העבים מייצגים שתי פונקציות של X , כמסומן.

מחן המשוואות שמתארות את הדינמיקה בתרשים זה:

$\dot{x} = 0.01(y - f(x)) \dot{y} = (-y + g(x))$	א
$\dot{x} = 0.01(y - g(x)) \dot{y} = (-y + f(x))$	ב
$\dot{x} = (y - f(x)) \dot{y} = 0.01(-y + g(x))$	ג
$\dot{x} = (y - g(x)) \dot{y} = 0.01(-y + f(x))$	ד
$\dot{x} = (x - g(x)) \dot{y} = 0.01(-x + f(x))$	ה

תשובה: ניתן לראות כי Y הוא מהיר ו X הוא איטי.

כמו כן, ניתן לראות כי כאשר המסלולים חוצים את $g(x)$ הם אנכיים, ולכן $y = g(x)$ זה עקום אפס של X

מכאן שהתשובה היא ב

שאלה מתוך מבחן

9. סר רוניד רוס היה רופא בריטי שגילה את מחזור ההדבקה במחלת המלריה, ופיתח את המודל המתמטי המתאר אותו. הוא זכה בפרס נובל לרפואה על פועלו בשנת 1902. איזה מבין המודלים הבאים יכול לתאר את הדינמיקה של מחלת המלריה (באיזור מסוים)?

נתון:

H - מספר האנשים החולים במלריה

H_I - מספר האנשים הכולל באיזור

M - מספר היתושים הנשאים מלריה

M_I - מספר היתושים הכולל באיזור

a - קצב העקיצות הממוצע של יתוש (יש להניח כי כל עקיצה מדבקת בוודאות)

r - זמן ההחלמה הממוצע ממחלת המלריה (במודל שלנו בני אדם אינם מתים מהמחלה)

d - אורך החיים הממוצע של יתוש

$$\dot{H} = aM \frac{H_I - H}{H_I} - \frac{1}{r} H \quad \text{א.}$$

$$\dot{M} = a(M_I - M) \frac{H}{H_I} - \frac{1}{d} M$$

$$\dot{H} = aM \frac{H_I - H}{H_I} + \frac{1}{r} H \quad \text{ב.}$$

$$\dot{M} = a(M_I - M) \frac{H}{H_I} + \frac{1}{d} M$$

$$\dot{H} = a(M_I - M) \frac{H_I - H}{H_I} - rH \quad \text{ג.}$$

$$\dot{M} = aM \frac{H}{H_I} - dM$$

$$\dot{H} = a(M_I - M) \frac{H_I - H}{H_I} - rH \quad \text{ד.}$$

$$\dot{M} = a(M_I - M) \frac{H}{H_I} + dM$$

$$\dot{H} = aM \frac{H}{H_I} - \frac{1}{r} H \quad \text{ה.}$$

$$\dot{M} = aM \frac{H_I - H}{H_I} + \frac{1}{d} M$$

שאלה: איך אני יודעת שקצב ההחלמה הוא $1/r$ ולא פשוט r ?

תשובה: r מוגדר בתור **זמן ההחלמה**, ולכן קצב ההחלמה הוא $1/r$

זה כמו היחס $\tau = 1/q$ שראינו פעמים רבות.

שאלה: האם יש לזכור בעל פה את הנוסחאות ומשוואות שכתבנו לגבי הדינמיקה של חוג פתוח וחוג סגור? עד כמה צריך להתעמק בנושא הזה? אני שואלת משום שלמיטב הבנתי החומר לא נלמד בשנה שעברה ואין לנו כיוון לגבי סוג השאלות שיכולות להישאל ועד כמה צריך להתעמק בנושא... בנוסף, יש אפשרות להעלות שאלות לדוגמא בתחום זה?

תשובה: ככלל, לא צריך לזכור בעל פה נוסחאות. כל נושא הבקרה הוא למעשה יישום של חומר קודם מהקורס.

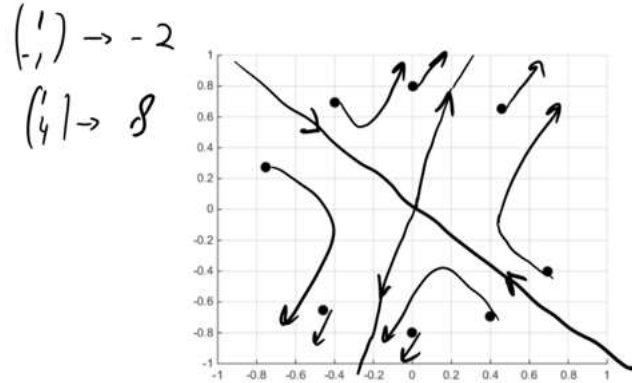
הועלתה שאלה לדוגמא בנושא זה, וכמו כן יש שאלות במצגות בנושא זה.

שאלה

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} x$$

כמו כן, ידוע כי חוקטורים $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ו $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ הם חוקטורים עצמיים של המערכת.

ציירו את המסלולים המתחילים מכל אחת מהנקודות המופיעות בתרשים. לא לשכוח חצים.



בחישוב שעשיתי יצא לי שעקום אפס אחד הוא וואי שווה מינוס 4/3 איקס והעקום אפס השני יצא לי וואי שווה אפס. האם זה לא נכון? מדוע עקום האפס השני מעט באלכסון ולא ישר?

תשובה: עקומי האפס לא מופיעים בפתרון. אלו חוקטורים עצמיים. ניתן לצייר את עקומי האפס, ואז לראות שהמסלולים אכן חוצים אותם כפי שלמדנו.

שאלה

האם צריך לדעת טכניקות החלפת משתנים לצורך פתירת משוואות דיפרנציאליות.

לדוגמא:

$$y = x - 0.5$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt} = -2x + 1 = -2y$$

$$\frac{dy}{dt} = -2y$$

$$y(t) = y(0)e^{-2t}$$

$$x(t) = 0.5 + (x(0) - 0.5)e^{-2t}$$

תשובה: פיתוח זה היה למעשה צעד לעבר נוסחת הקונבולוציה. אין שאלות שבוחנות על הפיתוח הזה באופן מפורש.

שאלה

מהי רמת ההבנה לגבי קבועי זמן?

תשובה: עברנו על קבועי זמן בכמה הקשרים. לדוגמא:

1. לדעת שקבוע הזמן של מערכת מהצורה $\dot{x} = -qx + u$ הוא $\tau = 1/q$
2. לדעת מה הקשר בין קבוע זמן לבין הזמן שלוקח למערכת להגיע ליעדה הסופי (63%, 86%)
3. לדעת שלמערכת דו מימדית עם שני ערכים עצמיים שליליים ממשיים, קבוע הזמן האיטי יותר (הערך העצמי החיובי יותר) הוא הדומיננטי לגבי משך הזמן שלוקח למערכת להגיע לשיווי משקל.

שאלה

רציתי לשאול האם אנחנו נדרשים לדעת לפתח טור טיילור לפונקציה מסויימת?

תשובה: לא, אבל צריך לדעת לעשות לינאריזציה לפונקציה – שזה בעצם אחד האיברים בטור טיילור.

שאלה: באיזה רמה צריך לדעת מאטלב למבחן?

תשובה: אתם יכולים להידרש להבין קוד, כמו האלגוריתם בשאלה לדוגמא שפורסמה.

לא תידרשו לכתוב קוד שלם. יכולה להיות דרישה לרשום מספר מועט של פקודות, וגם אז הבדיקה תהיה של הלוגיקה של הקוד ולא של דיוק בsyntax של matlab.

לא צריך לזכור פקודות גישה לdatabase ודברים בסגנון.

שאלה

כה מעורר

$$\dot{x} = x - x^3$$

נקודות שבת:

-1, 0, 1

לינאריזציה:

$$x = x_0 + z \quad \dot{z} = (1 - 3x_0^2)z$$

יציבות:

כן, לא, כן

שאלה: איך הפכנו x ל Z ?

תשובה: יש פה מערכת לא לינארית. ניתן לבצע לינאריזציה שלה סביב נקודות השבת.

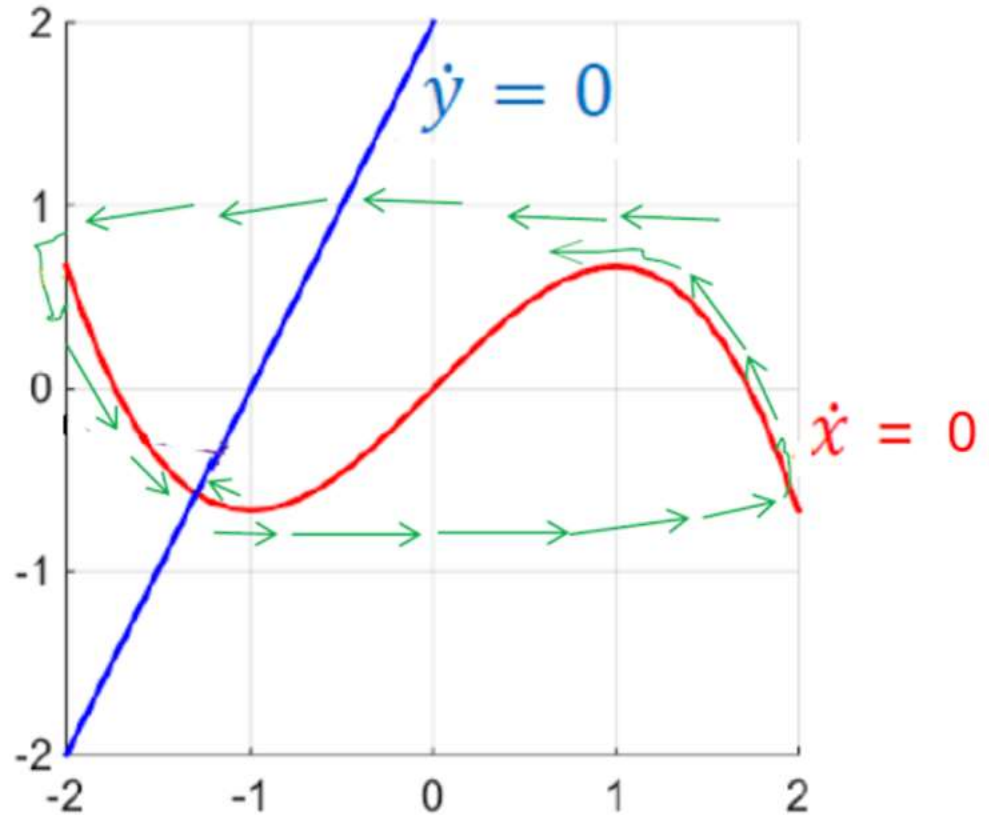
הנגזרת לפי x של הפונקציה היא $1 - 3x^2$

נציב במקום x את נקודת השבת שאנחנו מעוניינים בה, ואז נקבל מספר מסויים.

המספר הזה מגדיר לנו מערכת דינמית לינארית חדשה, שזה השיפוע שלה.

את המערכת החדשה אפשר לסמן באיזה אות שרוצים. למשל Z

שאלה



למה כשאנחנו באים מימינה בכיוון שמאלה אנחנו כן חוצים את העקום האדום, אך אחר כך כשהכיוון נהפך ואנחנו מתחילים לזוז ימינה, אנחנו לא חוצים אותו.

תשובה: באזור זה חוצים את העקום האדום רק כלפי מטה. ניתן לראות שזה אפשרי רק כשזזים שמאלה.

שאלה

1. לגבי דף הנוסחאות, תחלקו לנו את אותו דף הנוסחאות שיש במודל? למשל נוסחת הקובבולוציה לא מופיעה בדף זה ואמרת לנו בהרצאה שהיא תהיה בדף הנוסחאות... ובנוסף הגרף שמתאר את טאו והדטרמיננטה ומה סוג נקודות השבת כתלות בערכים שלהם יהיה לנו בדף הנוסחאות או שנצטרך לזכור בעל פה?
2. לאיזה סוג של פונקציות נצטרך לדעת לעשות לינאריזציה ופיתוח טיילור?
3. איזה פונקציות אנחנו צריכים לדעת לצייר? כלומר אם מדובר בפונקצייה מורכבת אתם תצרפו גם את הגרף שלה?
4. בנושא משוב ובקרה יש הרבה משוואות הקשורות למערכת הבקרה על ריכוז ה- CO_2 אנחנו צריכים לזכור אותם בעל פה? כלומר השאלה שתתיחס למערכת הבקרה הזו או למערכת בקרה דומה תכלול גם פונקציות המתארות את הקשר בין המשתנים?

תשובה

1. כל הדברים האלו מופיעים בדף הנוסחאות במודל.
2. מצופה שתדעו לעשות נגזרת של פונקציות פשוטות – פולינום, סינוס, אקספוננט
3. אם יש משהו מורכב נצרף את הגרף. יכול להיות משהו בסגנון $(x - 2)(x - 3)(x - 4)$ ואז מצופה שתדעו שזו פונקציה שחוצה את האפס בנקודות 2,3,4 ומתי היא חיובית ושלילית.
4. לא צריך לזכור בעל פה.